

ESCUELA DE
NEGOCIOS



Subastas de primer precio en el mercado de Rentas Vitalicias

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN ECONOMIA

2017

Alonso Valdés González

PROFESOR GUIA: Eduardo Fajnzylber y Manuel Willington

PROFESORES CORRECTORES: Florencia Gabrielli

ACCREDITATIONS

MEMBER OF





UAI
UNIVERSIDAD ADOLFO IBÁÑEZ

Subastas de primer precio en el mercado de Rentas Vitalicias

Alonso Valdés González

Profesores guías: Eduardo Fajnzylber y Manuel Willington
Profesora comisión: Florencia Gabrielli

2017

Subastas de primer precio en el mercado de Rentas Vitalicias

Alonso Valdés González

Profesores guías: Eduardo Fajnzylber y Manuel Willington

Profesora comisión: Florencia Gabrielli

2017

Resumen

En Chile el Sistema de Consultas y Ofertas de Montos de Pensión (SCOMP) unifica el mecanismo de asignación de las pensiones, esto permite modelar el mercado de forma estructural para conocer las estrategias que siguen las Compañías de Seguros al momento de hacer una oferta. Se identifica el proceso de elección como una subasta de primer precio con valoración independiente, para luego hacer una estimación estructural siguiendo la metodología de Guerre, Perrigne y Vuong (2000).

En los datos se observan distintas preferencias en la elección de las ofertas por parte de los afiliados, pudiendo estar su decisión sesgada según el intermediario que usan. Los que realizan el proceso con un Asesor Previsional son los que se aproximan más a una subasta de primer precio. Se elige este último grupo de gente para realizar la estimación con ofertas de rentas vitalicias inmediatas.

Se destaca el uso de estimación estructural en este mercado para conocer el proceso de generación de ofertas, teniendo como beneficio que no es necesario conocer la forma en que las empresas usan la información para calcular la pensión (por ejemplo, tasas de interés y esperanza de vida).

Los resultados de esta estimación permiten conocer las valoraciones de las empresas sobre las pensiones. Con las valoraciones y la estrategia de equilibrio que implementan las Compañías de Seguro se evalúa el efecto que tiene un precio de reserva como política pública en distintos escenarios.

Índice

1. Introducción	3
2. Mercado de rentas vitalicias	5
2.1. Sistema de consultas y ofertas de montos de pensión - SCOMP	5
2.2. Datos disponibles	6
2.2.1. Afiliados	6
2.2.2. Intermediarios	7
2.2.3. Compañías de Seguros de Vida	8
2.2.4. Ofertas	10
3. Metodología e identificación	12
3.1. Subasta de sobre cerrado y primer precio	12
3.2. Identificación del mercado de rentas vitalicias	14
4. Estimación y resultados	16
4.1. Valoración estimada y estrategias de equilibrio	16
4.2. Precio de reserva	18
4.3. Diferencias entre productos según meses garantizados	19
5. Conclusiones	21
6. Bibliografía	22
Apéndice	23
A. Conceptos básicos del Sistema de Pensiones	23
A.1. Tipos de pensión	23
A.2. Modalidades de pensión	23
A.3. Proceso SCOMP	25
B. Subasta de sobre cerrado con asignación aleatoria	28
B.1. Subasta de sobre cerrado y primer precio	28
B.2. Subasta de sobre cerrado con asignación aleatoria	29
B.3. Generalización	31
C. Otras estimaciones y análisis sobre ofertas	33
C.1. Estimaciones adicionales	33
C.2. Subasta con ofertas de Money Worth Ratio	33
C.3. Independencia de las ofertas	34
C.4. Número de competidores en la estimación	35
C.5. Cambio en la valoración de RVI de mujeres casadas	36
D. Otros cuadros y figuras	40

1. Introducción

El sistema de pensiones en Chile funciona con capitalización individual. Esto significa que el afiliado ahorra dinero durante su vida trabajada en una Administradora de Fondos de Pensión (AFP) y en el momento de su jubilación puede elegir entre hacer un Retiro Programado de su dinero (RP) o elegir una Renta Vitalicia (RV). El retiro programado lo otorgan las AFP y corresponde a una pensión que decrece en el tiempo (de acuerdo a una fórmula establecida por regulación) hasta que se acaba la totalidad del saldo ahorrado. Por otro lado la renta vitalicia es la jubilación que entrega la Compañía de Seguros de Vida a cambio del saldo del afiliado.

El proceso de selección de la modalidad de pensión se realiza a través del Sistema de Consultas y Ofertas de Montos de Pensión (SCOMP), el cual regulariza la estructura del actual mercado de rentas vitalicias en Chile; éste entró en vigencia en el año 2004 y se ha mantenido hasta la actualidad. La principal función que cumple es poner a competir a las compañías aseguradoras y mostrarle a los afiliados las ofertas de renta vitalicia que éstas hacen para cada modalidad de pensión solicitada, de manera que las ofertas sean fácilmente comparables para el solicitante.

Uno de los beneficios de tener un sistema unificado de elección es que se dejan de lado posibles ambigüedades en cuanto a la oferta de renta vitalicia ofrecida, ya que ésta debe ser únicamente una pensión en UF y no hay opción de ofrecer beneficios adicionales (e.g. convenios y descuentos con otras instituciones o productos).¹ Adicionalmente las ofertas son hechas simultáneamente y sin conocer la oferta de los competidores. Estas reglas sobre el mercado, permiten que sea posible modelar el mecanismo de asignación de las rentas vitalicias con un modelo estructural subastas.

Para que el afiliado pueda obtener una pensión, el procedimiento (de forma resumida) que debe seguir es ir al SCOMP, informar cuál es su saldo ahorrado y los productos que le gustaría cotizar (distintas modalidades de pensión). Luego SCOMP le entrega al afiliado un certificado con las ofertas realizadas por las compañías de seguro interesadas. Finalmente el afiliado puede decidir entre aceptar una oferta, pedir nuevas ofertas o desistir del proceso. Dado que para todas las personas el mercado funciona igual, el proceso de ofertas puede ser racionalizado como una subasta, de modo que en este caso, los oferentes son las compañías de seguro y deben elegir una estrategia que maximice su pago y la probabilidad de que sean electos según el número de competidores que enfrentan.

El objetivo de este trabajo es estudiar el proceso de elección de rentas vitalicias como una subasta, particularmente con el análisis de una subasta simultánea de primer precio. El beneficio de poder identificar correctamente este mercado con una subasta, es que se puede obtener la distribución de las valoraciones de las empresas aseguradoras sobre la pensión de cada afiliado. Una vez obtenidas estas distribuciones, es posible: calcular los precios de reserva óptimos para cada producto, analizar cómo cambia la recaudación esperada del afiliado con precios de reserva, observar la estrategia de equilibrio de las empresas y finalmente ver cómo se ve beneficiado el afiliado en la medida en que hay más compañías de seguros compitiendo. Dado que una subasta de primer precio es un mecanismo óptimo de asignación y el proceso de estimación estructural es similar entre modelos de subastas, estos resultados sirven como base para continuar analizando el mercado como una subasta de asignación no estándar en investigaciones futuras.

Se utiliza la metodología propuesta por Guerre et al. (2000) para hacer una estimación estructural y no-paramétrica de subastas de primer precio con valoración independiente. En base a estos resultados se comparan las distribuciones de valoración sobre diferentes productos y se evalúan los beneficios que podría tener un precio de reserva óptimo.

¹La UF es una unidad monetaria chilena con reajuste según inflación.

La muestra de datos disponible para realizar la estimación, corresponde a los datos recopilados por el sistema SCOMP desde su inicio en el año 2004 hasta el 2016. Estos corresponden a características que identifican al afiliado tales como edad, sexo, características de los miembros del grupo familiar y saldo ahorrado, datos que corresponden a las solicitudes realizadas de distintos tipos de productos (rentas vitalicias diferidas y/o con meses garantizados), identificación de los intermediarios del proceso, características de las compañías de seguros que participan y sus ofertas realizadas.

El análisis realizado se estructura de la siguiente forma: en la sección 2 se explica el funcionamiento del sistema SCOMP y las principales características del mercado de rentas vitalicias, en la sección 3 se explica el uso de la metodología propuesta por Guerre et al. (2000) y la identificación del modelo de subastas de primer precio, la sección 4 muestra la estimación e interpretación de resultados obtenidos para distintas submuestras de análisis. Finalmente en la sección 5 se concluye acerca de los beneficios de la metodología de estimación en el mercado de rentas vitalicias. En los apéndices se incluye una explicación de los conceptos básicos del sistema de pensiones chileno, el procedimiento que deben seguir los afiliados en el SCOMP, un modelo alternativo de subastas con asignación aleatoria y los resultados de estimaciones adicionales.

2. Mercado de rentas vitalicias

El sistema de pensiones en Chile se divide en dos etapas, en la primera la legislación obliga a cada trabajador a ahorrar un 10 % de su renta imponible en fondos de inversión, durante el período que está activo en la fuerza laboral, este dinero queda bajo la tutela de las Administradoras de Fondos de Pensión (AFP), quienes se encargan de que este ahorro sea rentable y crezca hasta el momento de la jubilación.

La segunda etapa es cuando el afiliado decide pensionarse y hacer uso de sus ahorros. El proceso se realiza a través del SCOMP y una vez en el sistema hay dos grandes modalidades de pensión; (1) Retiro Programado (RP), donde se devuelve el dinero con cuotas mensuales y decrecientes, mientras la AFP sigue administrando los ahorros hasta que estos se acaben;² (2) Renta Vitalicia (RV), donde el afiliado cede sus ahorros a una Compañía de Seguros de Vida a cambio de una pensión fija hasta su fallecimiento; en esta última modalidad de pensión existen varias variantes que afectan el monto final de la pensión, las cuales son señaladas más adelante. Estas dos grandes modalidades de pensión pueden ser combinadas en lo que se llama Renta Temporal con Renta Vitalicia Diferida o Renta Vitalicia Inmediata con Retiro Programado.

2.1. Sistema de consultas y ofertas de montos de pensión - SCOMP

El SCOMP unifica el proceso de jubilación de manera obligatoria para cualquier individuo en Chile que desee pensionarse. Los pasos que debe seguir el afiliado para la elección de una pensión son:³

1. Tener un certificado con su saldo ahorrado en UF y definir el motivo de pensión, los cuales son: Vejez, Invalidez o Sobrevivencia. El caso común es pensión por vejez, los otros dos casos son bastante restrictivos y es necesario tener discapacidad o ser parte del grupo familiar de un fallecido con derecho a pensión.
2. Elegir un partícipe de ingreso al SCOMP (hacer la inscripción para recibir las ofertas de pensión), el cual puede ser una AFP, Compañía de Seguros o Asesor Previsional.
3. Decidir quién será el intermediario en el proceso, las opciones son: Directo, Agente de Ventas o Asesor Previsional. Los que optan por intermediar el proceso ellos mismos (Directo), en su mayoría hacen el ingreso a través de la AFP y en menor medida a través de una Compañía de Seguros; los Agentes de Ventas están todos asociados a una compañía aseguradora y por último el Asesor Previsional trabaja de forma independiente de las AFP y las aseguradoras.
La intermediación directa está exenta de comisiones por intermediación, no así en los otros casos donde ésta es definida por el intermediario.⁴
4. Definir sobre qué productos se pedirán las ofertas. Por defecto, a todos los afiliados les llega una cotización de Retiro Programado al hacer la solicitud, sumado a esto, el afiliado puede especificar si quiere Renta Vitalicia Inmediata o Diferida (especificando cuántos meses/años diferidos), el saldo que desea asignar a RV, los meses garantizados o excedente de libre disposición (ELD).⁵

²En caso de fallecimiento del afiliado, el saldo restante es heredado por los familiares.

³Este es un resumen del proceso, la explicación más detallada se encuentra en el apéndice A

⁴Para las Rentas Vitalicias el tope máximo de comisión fue 2.5 % (del saldo para RV) hasta el año 2009, ese mismo año cambió a 2 % o máximo 60UF. La comisión máxima es distinta en el caso de RP.

⁵Los meses garantizados es el período donde el 100 % de la RV será pagada al afiliado o a los familiares en caso de fallecimiento del afiliado. El excedente de libre disposición (ELD) permite retirar fondos del sistema

5. Recibir las ofertas de pensión para los productos solicitados; aquí el afiliado puede decidir entre aceptar alguna de esas ofertas hechas por las aseguradoras o pedir una oferta externa. Si acepta una de las ofertas disponibles, finaliza el proceso con un contrato irrevocable. Si decide pedir ofertas externas, éstas se deben solicitar a cualquiera de las empresas que ya ofertaron y bajo las mismas condiciones del producto, esto quiere decir que el partícipe puede pedir varias ofertas externas dentro de los productos que más le interesaron. Las ofertas externas necesariamente deben ser mayores a la oferta ya realizada por la misma aseguradora.⁶
6. El último paso para pensionarse es aceptar una de las ofertas iniciales u ofertas externas, y con ello también la modalidad de pensión (producto). El afiliado en cualquier paso puede desistir del proceso, siempre y cuando no haya firmado la aceptación de una oferta; para volver a entrar en el proceso debe esperar a que se cumplan los plazos de vencimiento de los documentos solicitados.

2.2. Datos disponibles

La base de datos proporcionada por la Superintendencia de Pensiones corresponde a todos los pensionados a través de SCOMP en el período de septiembre del 2004 a mayo del 2016. En ese período se aceptaron 427.223 pensiones, de las cuales 154.597 son Retiro Programado y 272.626 corresponden a alguna modalidad de Renta Vitalicia. Dado que las Compañías de Seguros solo hacen ofertas de RV y en las ofertas de RP no hay competencia, la estimación de la valoración de las pensiones se hace desde la perspectiva de la empresa aseguradora.

Por cada solicitud de Renta Vitalicia Inmediata (RVI), hay en promedio 10,3 aseguradoras que hacen una oferta, por lo tanto la misma base de datos desde la perspectiva donde cada afiliado es un subastador y las empresas los oferentes, se compone de 40.837.221 observaciones, donde 24.556.962 corresponden a pensiones por vejez. Dentro de este universo, 1.085.034 son ofertas para productos de RVI para solicitantes por Vejez que finalmente fueron aceptados (los afiliados pueden cotizar más de un producto). Para simplicidad de la estimación, se usa solo el producto RVI, dejando de lado la Renta Temporal con Renta Vitalicia Diferida y Renta Vitalicia Inmediata con Retiro Programado; RVI representa un 46.9% de las pensiones de RV hasta diciembre de 2016.

Entre las aceptaciones hay un 85,11% que son ofertas externas, dicho de otro modo, la gran parte de las ofertas aceptadas no son hechas en la etapa inicial (como oferta interna), sino que son hechas cuando el afiliado o el intermediario pide nuevamente a la/s aseguradora/s aumentar la oferta vigente.

2.2.1. Afiliados

Los afiliados en su mayoría ingresan al sistema por una pensión de vejez (en edad reglamentaria a los 60 años las mujeres y 65 años los hombres), también pueden hacerlo de forma anticipada si cumplen con los requisitos de ahorro. La edad del afiliado, el género, su composición familiar (edad de cónyuge e hijos) y su saldo ahorrado son las principales características observables para los oferentes; esta variedad de factores agrega heterogeneidad a los productos.

de pensión, es una opción efectiva para individuos que tienen ahorros mayores; uno de los requisitos es que los ahorros le permitan una pensión igual o mayor al 70% de sus rentas promedio de los últimos 10 años.

⁶Adicionalmente existe la opción *remate*, que hasta la fecha se ha pedido por el afiliado alrededor de cien veces entre 427.223 solicitudes (para la muestra entre los años 2004 y 2016), motivo por el cual no se analizan en este estudio.

En el cuadro 2.1 se encuentran las estadísticas que describen a los 83.246 afiliados que recibieron pensión por vejez y eligieron RVI (sin ELD) en el período de la muestra. Los hombres, que son mayoría, en comparación a las mujeres en promedio tienen mayores ahorros, en promedio se pensionan con mayor edad, un mayor porcentaje es casado, y tienen más hijos menores de 24 años.

Cuadro 2.1: Estadísticas descriptivas para 83.246 afiliados que se pensionan por vejez y eligieron RVI (sin ELD).

	Hombres	Mujeres	Total
Promedio ahorro UF	2.575 (2.426)	2.340 (1.426)	2.476 (2.067)
Edad al aceptar pensión	64 (3,8)	61 (2,9)	62 (3,7)
Porcentaje casado/a	81,8 %	51,8 %	69,2 %
Porcentaje con hijos*	16,5 %	6,2 %	12,1 %
Promedio de hijos*	1,3 (0,6)	1,2 (0,4)	1,3 (0,6)
Total observaciones	57,8 %	42,2 %	100 %

* Hijos en condición de cobertura en caso de fallecimiento (menores a 24 años).
El promedio de hijos se calcula en base a los afiliados con al menos un hijo.
Desviación estándar en paréntesis.

2.2.2. Intermediarios

El proceso SCOMP se puede hacer sin intermediario (Directo) o elegir entre un Agente de Ventas o un Asesor Previsional (Ex Corredor). La presencia de intermediarios genera equilibrios significativamente distintos en la elección de la mejor oferta (Ver cuadro 2.2), así como también difiere la cantidad y distribución de ofertas externas pedidas. El cuadro 2.2 muestra las proporciones de aceptación de las 3 mejores ofertas recibidas entre ofertas internas y externas según el intermediario que elige el afiliado. Nótese que los afiliados no siempre eligen la mejor oferta, lo cual supone un problema al momento de modelar el mercado como una subasta de primer precio.

Cuadro 2.2: Distribución de intermediarios y aceptación de ofertas de los afiliados intermedios.

	Intermediario				
	Directo		Agente		Total
	AFP	Cía. Seguros	de Ventas	Asesor	
Elige la mejor oferta	65,70 %	56,24 %	26,16 %	76,17 %	53,37 %
Elige la 2° mejor oferta	15,27 %	14,68 %	15,15 %	14,07 %	14,81 %
Elige la 3° mejor oferta	6,15 %	8,75 %	12,53 %	4,86 %	8,30 %
Total afiliados	20.117	2.128	32.903	28.098	83.246

Los porcentajes indican la proporción de solicitantes que aceptó la 1°, 2°, 3° del total de ofertas realizadas en el proceso (internas y externas) para el producto RVI.

Por otro lado, si se ordenan las mejores ofertas realizadas de cada compañía según el valor de la oferta inicial, los porcentajes de aceptación cambian, lo cual significa que el orden de las compañías según la primera oferta no se mantiene con las ofertas externas. La elección del afiliado de compañía de seguros según este orden se presenta en el cuadro 2.3. Por ejemplo, si la Compañía de Seguros hizo la 4° mejor oferta inicial, y en la segunda

etapa el afiliado aceptó su oferta externa (independiente de si ésta es la mejor), entonces el afiliado eligió a la 4° mejor compañía.

Cuadro 2.3: Distribución de intermediarios y aceptación de Compañías de Seguros de los afiliados intermediados.

	Intermediario				
	Directo		Agente		
	AFP	Cía. Seguros	de Ventas	Asesor	Total
Elige la mejor Cía.	26,46 %	20,54 %	9,50 %	46,83 %	26,48 %
Elige la 2° mejor Cía.	14,47 %	14,54 %	8,73 %	20,75 %	14,32 %
Elige la 3° mejor Cía.	10,66 %	12,41 %	9,69 %	11,77 %	10,70 %
Elige la 4° mejor Cía.	8,53 %	11,00 %	9,77 %	7,35 %	8,68 %
Total afiliados	20.117	2.128	32.903	28.098	83.246

Los porcentajes indican la proporción de gente que aceptó la 1°, 2°, 3°, 4° compañía según el orden de las ofertas iniciales de RVI.

2.2.3. Compañías de Seguros de Vida

Las compañías de seguros de vida son instituciones financieras que ofrecen una pensión de por vida a cambio de los fondos ahorrados por el afiliado.⁷ En competencia las empresas deben ofrecer la mejor pensión para ser elegidas dadas las características del individuo (esperanza de vida, saldo ahorrado, condiciones de cobertura, grupo familiar, etc), así como también deben tener en cuenta la cantidad de competidores que enfrentan y la proyección de rentabilidad de sus fondos (tasas de interés). Adicionalmente algunas empresas contratan Agentes de Ventas para intermediar el proceso de elección del afiliado con la intención de que éste elija la oferta que hace su empleador.

Desde que se inició el SCOMP, han participado 23 instituciones ofreciendo RV, de las cuales 8 han hecho al menos una oferta por mes en todo el período de la muestra. El resto en ese mismo tiempo ha sido parte de fusiones, entradas y salidas del mercado. En el cuadro 2.4 se muestran las estadísticas descriptivas de cada una de las empresas en el mercado para la submuestra analizada. La empresa 13 es la más grande en cuanto a número de ofertas realizadas, ofertas aceptadas, participación en solicitudes y participación de mercado. Esta diferencia en comparación al resto de las empresas no se mantiene con otros intermediarios, por ejemplo en el caso de intermediación por un Agente de Ventas, la participación de mercado de la empresa 13 es del 5.7%, y la mayor participación es de la empresa 20 con un 19.8%. Más información sobre participación de mercado se incluye en el cuadro D.4.

Nótese que entre las 10 empresas que más ofertas aceptadas tienen, solo 5 han ofertado durante el período completo, evidenciando que no necesariamente las empresas más ganadoras son las que llevan más tiempo en competencia. La empresa 6 ha tenido una participación baja (55%) en comparación a las demás empresas que han competido durante el mismo período de tiempo, como también ha tenido menores aceptaciones de ofertas (solo 73), esto se podría deber a que la empresa está enfocada en otros productos, por ejemplo en rentas vitalicias con período diferido.

⁷Como requisito de participación las empresas no deben tener una calificación inferior a BBB-

Cuadro 2.4: Estadísticas descriptivas de las Compañías de Seguros.

id. Cía Seguros	# Total Ofertas	# Ofertas Aceptadas	Of. Prom. CNU	Participación	Part. de Mercado
1	2.212	211	220,5	26,2 %	2,2 %
2*	8.021	405	214,5	95,2 %	3,8 %
3	4.272	599	206,3	50,7 %	9,4 %
4	1.000	96	212,2	11,9 %	0,9 %
5	4.070	377	211,3	48,3 %	5,9 %
6*	4.656	73	213,8	55,2 %	1,2 %
7*	8.284	167	217,6	98,3 %	1,3 %
8	1.305	80	222,8	15,5 %	1,4 %
9	2.007	159	221,1	23,8 %	4,0 %
10	670	70	220,6	7,9 %	0,9 %
11	5.919	1.100	214,2	70,2 %	7,1 %
12	526	36	212,7	6,2 %	0,4 %
13*	6.756	1.520	212,5	80,2 %	19,3 %
14	4.204	160	220,4	49,9 %	2,9 %
15	470	28	208,6	5,6 %	0,5 %
16	393	8	198,3	4,7 %	0,1 %
17*	5.799	165	216,0	68,8 %	3,1 %
18*	7.846	575	214,1	93,1 %	8,3 %
19	5.901	858	207,4	70,0 %	9,0 %
20*	7.197	789	214,6	85,4 %	9,5 %
21*	5.980	869	210,1	70,9 %	7,8 %
22	297	44	207,7	3,5 %	0,4 %
23	561	40	209,4	6,7 %	0,6 %
Total	88.346	8.429			

Estadísticas correspondientes a la submuestra de ofertas de RVI, por Vejez, con más de 1 competidor, para hombres de 65 años y mujeres de 60 años, sin hijos, intermediadas por un Asesor y para productos de 0, 120, 180 y 240 meses garantizados.

Of. Prom. CNU son el promedio de los costos de la oferta de pensión realizada (En la sección 3.2 se explica el uso y relevancia de esta variable).

Participación corresponde al número de ofertas realizadas sobre el total de solicitudes.

Part. de Mercado corresponde al saldo total adjudicado por las ofertas de productos aceptados, sobre el total de saldo de ahorro subastado.

* Empresas que participan durante todo el período de la muestra (2004-2016).

2.2.4. Ofertas

Como se menciona anteriormente, existen más de una instancia para realizar ofertas. Se definen como ofertas iniciales a la primera oferta que hace cada compañía para el producto subastado, y oferta externa (oferta final) a la oferta que realiza para mejorar la oferta inicial. En el cuadro 2.5 se observa que los afiliados que entran de forma directa usando una AFP como intermediario, solicitan en promedio menos ofertas externas que el resto (0.98 ofertas externas), en cambio los que ingresan con un Asesor de intermediario son los que en promedio solicitan más ofertas externas (1.32 ofertas externas), así como también son los que reciben en promedio el menor aumento de pensión con la oferta externa, mejorando 0.93% la oferta anterior.

Esto transforma al grupo de afiliados con un Asesor, en el segmento que más se asemeja a una subasta de primer precio, ya que tienen el mínimo aumento de oferta inicial en comparación al resto y además son el grupo que en mayor cantidad de veces elige la oferta más alta.

Para detectar los controles por heterogeneidad de las subastas a usar en la estimación, se hace una regresión lineal entre la oferta y las principales variables que explican el valor de las ofertas, donde los más relevantes ordenados de mayor a menor nivel de significancia son el sexo, estado civil, número de meses garantizados y tasa de interés implícita (ver estimadores en cuadro D.2 para mayor detalle), lo cual los transforma en potenciales factores a controlar en la estimación de una subasta.

Para saber si las ofertas entre los competidores son independientes, se hace el análisis de Bajari y Ye (2003) para ver si hay correlación entre pares de empresas al momento en el monto ofertado (ver apéndice C.3 para mayor detalle). El análisis consta de una regresión lineal entre el monto ofertado, un efecto fijo por competidor, un efecto fijo por subasta y otras variables de control. Con los residuos de la estimación, se calcula la correlación entre cada par de competidores y luego se hace un test para mostrar que los pares tienen correlación significativamente distinta de 0. El problema que se genera de este análisis es que hay que identificar correctamente las variables que generan cada oferta, idealmente tener la proyección de tasas de interés usada por cada empresa. Por lo tanto usando los datos disponibles se rechaza la hipótesis nula de independencia entre todos los pares de ofertas. A pesar de esto, para efectos de la estimación se suponen ofertas independientes entre compañías de seguros, ya que el test no descarta la posibilidad de que la independencia pueda ser mostrada de otra forma.

Cuadro 2.5: Estadísticas descriptivas de las ofertas externas según intermediario.

	Intermediario				Total
	AFP	Cía. Seguros	Agente de Ventas	Asesor	
Promedio de ofertas externas solicitadas por producto	0,983	1,027	1,052	1,322	1,152
Desviación estándar	0,699	0,486	0,494	0,963	0,814
Aumento promedio por oferta externa	2,62 %	2,80 %	1,50 %	0,93 %	1,54 %
Desviación estándar	0,010	0,013	0,012	0,008	0,012
Aumento promedio por oferta externa aceptada	2,65 %	2,77 %	1,49 %	0,98 %	1,63 %
Desviación estándar	0,010	0,013	0,012	0,008	0,012

Datos para la submuestra de ofertas de RVI, por Vejez, con más de 1 competidor, para hombres de 65 años y mujeres de 60 años, sin hijos y para productos de 0, 120, 180 y 240 meses garantizados.

3. Metodología e identificación

El análisis empírico de subastas tiene sus inicios con estimaciones directas sobre la oferta. Estos métodos consisten en estimar usando máxima verosimilitud (Donald y Paarsch, 1993) o mínimos cuadrados no lineales (Laffont et al., 1995) la estrategia de equilibrio, por lo que es necesario resolver la estrategia (sus condiciones de primer orden) y su inversa para conocer los extremos de la densidad de las ofertas. Esto limita la estimación a suponer que las funciones de distribución tienen alguna forma tradicional y son sencillas de calcular.

Luego con Laffont y Vuong (1996) surge el análisis de las ofertas con un enfoque estructural para subastas de valoración afiliada. Guerre et al. (2000) identifican el modelo de subastas de primer precio con valoración independiente y proponen un estimador no-paramétrico en dos etapas para recuperar la distribución de las valuaciones de los competidores.

3.1. Subasta de sobre cerrado y primer precio

En una subasta de primer precio (FPA, por sus siglas en inglés), el jugador con la oferta más alta gana la subasta y paga su oferta sobre un objeto indivisible, el cual es subastado entre I jugadores neutrales al riesgo. El jugador i no sabe cuáles son las ofertas de los demás competidores, por lo tanto enfrenta el siguiente problema de maximización de utilidad esperada para $i = 1, \dots, I$:

$$\max_{b_i} (v_i - b_i) \Pr[b_i > b_j], \quad \forall j \neq i, \quad (3.1)$$

dicho de otro modo, es la maximización de la probabilidad de adjudicarse el objeto $\Pr[b_i > b_j]$, multiplicado por su valoración v_i menos su oferta b_i . La valoración v_i se supone como variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida y $F(\cdot)$ es su distribución acumulada, la cual es continua, diferenciable y su soporte $[v, \bar{v}] \subset \mathbb{R}_+$. $f(\cdot)$ es la función de densidad de las valoraciones. La estrategia de equilibrio para definir la oferta es caracterizada de forma general por Riley y Samuelson (1981), en este caso con $I > 2$ y un precio de reserva $r_0 \leq v$ es:

$$b_i = \beta(v_i, F, I) \equiv v_i - \frac{1}{F(v_i)^{I-1}} \int_v^{v_i} F(u)^{I-1} du, \quad (3.2)$$

donde la sustracción que se hace a la valoración en el lado derecho es el *shading*, que es una disminución en el monto ofrecido según la distribución de las valoraciones y el número de competidores. Esta estrategia se obtiene resolviendo la siguiente ecuación diferencial de primer orden en $\beta(\cdot)$:

$$1 = (v_i - \beta(v_i))(I - 1) \frac{f(v_i)}{F(v_i)} \frac{1}{\beta'(v_i)}. \quad (3.3)$$

Los autores Guerre et al. (2000) desarrollan la identificación y estimación no-paramétrica en el escenario FPA. Esta literatura se destaca en la estimación de subastas, ya que permite obtener la valoración privada de los jugadores sobre el producto subastado según las condiciones de primer orden del equilibrio de la subasta; por lo que, no es necesario calcular de manera explícita la estrategia de equilibrio (e.g. resolver ecuación (3.3) para obtener (3.2)).

En la metodología propuesta por los autores, se muestra que la primera derivada $\beta'(\cdot)$ y la distribución $F(\cdot)$ con su densidad $f(\cdot)$ pueden ser eliminadas simultáneamente de la ecuación diferencial (3.3), introduciendo la distribución $G(\cdot)$ de las ofertas (b_i) y su densidad

$g(\cdot)$. Específicamente, para cada $b \in [\underline{b}, \bar{b}] = [\underline{v}, \beta(\bar{v})]$ se cumple que $G(b) = \Pr(B \leq b) = \Pr(V \leq \beta^{-1}(b)) = F(\beta^{-1}(b)) = F(v)$, donde la última igualdad usa $b = \beta(v)$. Luego $G(\cdot)$ es absolutamente continua con soporte $[\underline{v}, \beta(\bar{v})]$ y densidad $g(b) = f(v)/\beta'(v)$, donde $v = \beta^{-1}(b)$, por lo tanto el equilibrio puede caracterizarse por:

$$v_i = \xi(b_i, G, I) \equiv b_i + \frac{1}{(I-1)} \frac{G(b_i)}{g(b_i)}. \quad (3.4)$$

La principal implicancia de esto es que las ofertas son independientes e idénticamente distribuidas según la distribución $G(\cdot)$, por lo tanto, dado I la distribución $G(\cdot)$ de las ofertas observadas puede ser racionalizada por una distribución de valoración privada $F(\cdot)$ solo si (3.4) es estrictamente creciente (Teorema 1, Guerre et al. (2000)).

Esta identificación, permite realizar una estimación de la función de distribución de las valoraciones $F(\cdot)$, proceso que los autores separan en dos etapas; el primero consiste en la estimación no-paramétrica de la distribución de las ofertas $G(\cdot)$ y su densidad $g(\cdot)$ con estimadores kernel, para luego calcular la valoración estimada con la ecuación (3.4). Los estimadores propuestos para el caso general con $l = 1, \dots, L$ subastas heterogéneas (de características $X \in \mathbb{R}^d$) y con $p = 1, \dots, I$ competidores son:

$$\tilde{G}(b, x, i) = \frac{1}{Lh_G^d} \sum_{l=1}^L \frac{1}{I_l} \sum_{p=1}^{I_l} \mathbf{1}(B_{pl} \leq b) K_G \left(\frac{x - X_l}{h_G}, \frac{i - I_l}{h_{GI}} \right), \quad (3.5)$$

$$\tilde{g}(b, x, i) = \frac{1}{Lh_g^{d+1}} \sum_{l=1}^L \frac{1}{I_l} \sum_{p=1}^{I_l} K_g \left(\frac{b - B_{pl}}{h_g}, \frac{x - X_l}{h_g}, \frac{i - I_l}{h_{gI}} \right), \quad (3.6)$$

luego con esto se calculan las valoraciones estimadas, similar a la ecuación (3.4):

$$\hat{V}_{pl} = B_{pl} + \frac{1}{I_l - 1} \frac{\tilde{G}(b, x, i)}{\tilde{g}(b, x, i)}. \quad (3.7)$$

En esta primera etapa, h_G, h_{GI}, h_g y h_{gI} son los *bandwidths* elegidos para la estimación. $K_G(\cdot)$ y $K_g(\cdot)$ son las funciones kernel del estimador. Dado que las funciones $\tilde{G}(\cdot)$ y $\tilde{g}(\cdot)$ son estimaciones asintóticamente sesgadas de $G(\cdot)$ y $g(\cdot)$, es necesario excluir observaciones del cálculo de \hat{V}_{pl} (hacer *trimming*) que corresponden a los datos que están cerca de los extremos del soporte de las funciones correspondientes.

En la segunda etapa se ocupa la *pseudo muestra* de valoraciones estimadas \hat{V}_{pl} para hacer una estimación no-paramétrica de la densidad $f(v|x)$ con $\hat{f}(v|x) = \hat{f}(v, x)/\hat{f}(x)$ tal que:

$$\hat{f}(v, x) = \frac{1}{Lh_f^{d+1}} \sum_{l=1}^L \frac{1}{I_l} \sum_{p=1}^{I_l} K_f \left(\frac{v - \hat{V}_{pl}}{h_f}, \frac{x - X_l}{h_f} \right), \quad (3.8)$$

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{Lh_X^d} \sum_{l=1}^L K_X \left(\frac{x - X_l}{h_X} \right), \quad (3.9)$$

con *bandwidths* h_f y h_X ; los kernels son $K_f(\cdot)$ y $K_X(\cdot)$.

Con esta función de distribución de las valoraciones es posible observar las estrategias que siguen las empresas en el mercado y su margen de ganancia. Al obtenerse las valoraciones de los participantes es posible realizar análisis contrafactuales como, por ejemplo, definir un precio de reserva óptimo para maximizar la recaudación.

3.2. Identificación del mercado de rentas vitalicias

En el mercado de rentas vitalicias todas las compañías son idénticas en cuanto a la información ex-ante que tienen del afiliado que hace una solicitud de pensión. Dado que el cálculo de la pensión actuarialmente justa P_i para la empresa i es una función de variables tales como el saldo ahorrado S , las condiciones de retiro, características del individuo, grupo familiar, proyección de tasas de interés y tablas de mortalidad (Fajnzylber et al., 2015), se puede escribir de la siguiente forma general:

$$P_i = \frac{S}{CNU_i(X, Z_i)}, \quad (3.10)$$

donde $CNU_i(\cdot)$ corresponde al Capital Necesario Unitario, el cual se interpreta como el monto que debe ahorrar el afiliado para obtener una unidad adicional de pensión. Este depende de las características del producto y del individuo (X), y de la estructura de costos de la empresa y su proyección de tasas (Z). Suponiendo que las compañías de seguros tienen una misma función de distribución (son simétricas) sobre la valoración del producto y que Z es una variable aleatoria iid que proviene de una única distribución, las compañías tendrían también realizaciones independientes del $CNU_i(Z_i|X)$.

Assumiendo que las compañías de seguros son neutrales al riesgo, el problema de maximización que enfrenta la empresa i cuando hace una oferta de pensión P_i^* es:⁸

$$\max_{P_i^*} \left(\frac{S}{CNU_i(Z_i|X)} - P_i^* \right) \Pr[P_i^* > P_j^*], \quad \forall j \neq i. \quad (3.11)$$

Para comparar entre ofertas para afiliados con distinto saldo, se divide el pago esperado por el saldo S (el cual es constante en cada subasta/afiliado). Se deja la expresión (3.11) como la ecuación (3.1) definiendo las valoraciones $v_i = 1/CNU_i(Z_i|X)$ y en la oferta se usan las variables observables $b_i = P_i^*/S$. La oferta se interpreta como la pensión entregada por cada unidad de saldo ahorrado; en la muestra de datos de RVI el promedio de oferta es 0.0047 UF de pensión por cada UF de de saldo ahorrado que se entrega a la compañía de seguros.

La heterogeneidad de las subastas (aparte del tipo de producto según las características X) viene dada por la tasa de interés en el mercado. Esta variable se incorpora en el modelo con la tasa de interés implícita que calcula la Superintendencia de Pensiones, la cual es una aproximación de las tasas de interés que usan las compañías de seguros en las rentas vitalicias.

Al realizar la estimación se utiliza una transformación logarítmica en las ofertas para evitar problemas en la simetría de la estimación kernel y reducir la pérdida de datos en el *trimming* (Li y Perrigne (2003), Campo et al. (2003)), esto también trae como consecuencia que la ecuación (3.4) (y con la misma estructura también (3.7)) queda de la forma:

$$v = \xi_d(d, G_d, I) \equiv \exp(d) + \frac{\exp(d)}{(I-1)} \frac{G_d(d)}{g_d(d)} - 1, \quad (3.12)$$

donde $d = \log(1+b)$, $G_d(\cdot)$ es la función de distribución acumulada de $\log(1+b)$ y $g_d(\cdot)$ su densidad. Luego el *trimming* propuesto es:⁹

⁸La pensión ofrecida por cada empresa nunca es más alta que su pensión actuarialmente justa ($P_i \geq P_i^*$).

⁹Las valoraciones descartadas en el *trimming* teóricamente toman el valor $+\infty$, ya que el estimador kernel en la segunda etapa hace que este punto tenga ponderación 0. En la práctica estos valores solo se descartan de la estimación.

$$\hat{v}_{pl} = \begin{cases} \xi_d(d_{pl}, \cdot) & \text{si } d_{\min} + \rho \max\{h_G, h_g\}/2 \leq d \leq d_{\max} - \rho \max\{h_G, h_g\}/2, \\ +\infty & \text{de otro modo,} \end{cases} \quad (3.13)$$

donde ρ es la longitud del soporte de la variable d , d_{\max} y d_{\min} son su máximo y mínimo respectivamente.

Luego la segunda etapa de estimación de las valoraciones es igual a la propuesta por Guerre et al. (2000), usando los estimadores (3.8) y (3.9).

4. Estimación y resultados

Para la estimación se define una submuestra de datos con el fin de acotar la heterogeneidad observada de los productos, ya que una de las desventajas de los estimadores kernel es que la demanda de datos crece de manera exponencial cuando se aumenta la cantidad de variables involucradas, además del incremento en la capacidad de cómputo. Para evitar redundancia en la explicación de los resultados, en el cuadro 4.1 se definen 5 submuestras que corresponden a segmentaciones de una muestra más grande limitada a RVI por vejez, con hombres de 65 años, mujeres de 60 años, intermediados por un Asesor, sin hijos y para 0, 120, 180 y 240 meses garantizados.¹⁰ Las submuestras generadas corresponden a separaciones según las variables discretas estado civil, sexo y meses garantizados. En el caso de los individuos casados, no se utiliza la información de la edad del cónyuge.

Cuadro 4.1: Submuestras para el proceso de estimación.

	Submuestra				
	A	B	C	D	E
Meses Garantizados	180	180	180	180	-
Estado Civil	Soltera/o	Soltera/o	Casada/o	Casada/o	Soltera/o
Sexo	Mujer	Hombre	Mujer	Hombre	Hombre
# observaciones	6.354	2.099	6.815	13.225	9.223

Submuestras hechas dentro de un universo de ofertas de RVI por vejez con más de 2 competidores, donde se eligió a la mejor oferta y el proceso fue intermediado por un Asesor.

La submuestra E incluye 0, 120, 180 y 240 meses garantizados.

Para hacer la estimación en las variables continuas se utiliza un kernel triweight de segundo orden definido como $K(u) = \frac{35}{32}(1 - u^2)^3 I(|u| \leq 1)$ y para las variables discretas el kernel gaussiano $K(u) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-\frac{u^2}{2})$. En cada estimador se elige el *bandwidth* óptimo según Guerre et al. (2000) con las constantes de la *rule of thumb* para cada tipo de kernel (Silverman, 1986).

4.1. Valoración estimada y estrategias de equilibrio

Las primeras funciones de distribución de las valoraciones se estiman para las submuestras A, B, C y D, que corresponden a combinaciones entre las categorías de estado civil y sexo del afiliado para productos de 180 meses garantizados. Se utiliza como control en los estimadores de la primera etapa el número de competidores de cada subasta, suponiendo que este es conocido ex-ante por las empresas y la tasa de interés implícita como control x_1 . En la segunda etapa se estiman las funciones de densidad condicionadas en $x_1 = 3, 24\%$.

En la figura 4.1 se muestra la estimación de cada función de densidad. Las medias son $4,45 \times 10^{-3}$, $5,38 \times 10^{-3}$, $4,35 \times 10^{-3}$ y $4,87 \times 10^{-3}$ para las submuestras A, B, C y D respectivamente. Se puede observar que la valoración sobre las pensiones de mujeres (submuestra A y D) se distribuye con una media menor en comparación a los hombres, esto se debe a que el segmento de mujeres tiene 60 años, en comparación a los hombres que tienen 65, como también se justifica esta distribución porque la longevidad de las mujeres es mayor en comparación a los hombres.¹¹ Estos factores hacen que para las compañías

¹⁰Dado que el análisis se hace dentro del marco de una subasta de primer precio, también son descartadas las subastas donde hubo 1 solo competidor o no se eligió la mejor oferta.

¹¹Según las tablas de mortalidad publicadas por la Superintendencia de Pensiones vigentes desde el año 2016, la esperanza de vida de los hombres en edad de jubilarse (65 años) es de 85.2 años y la esperanza

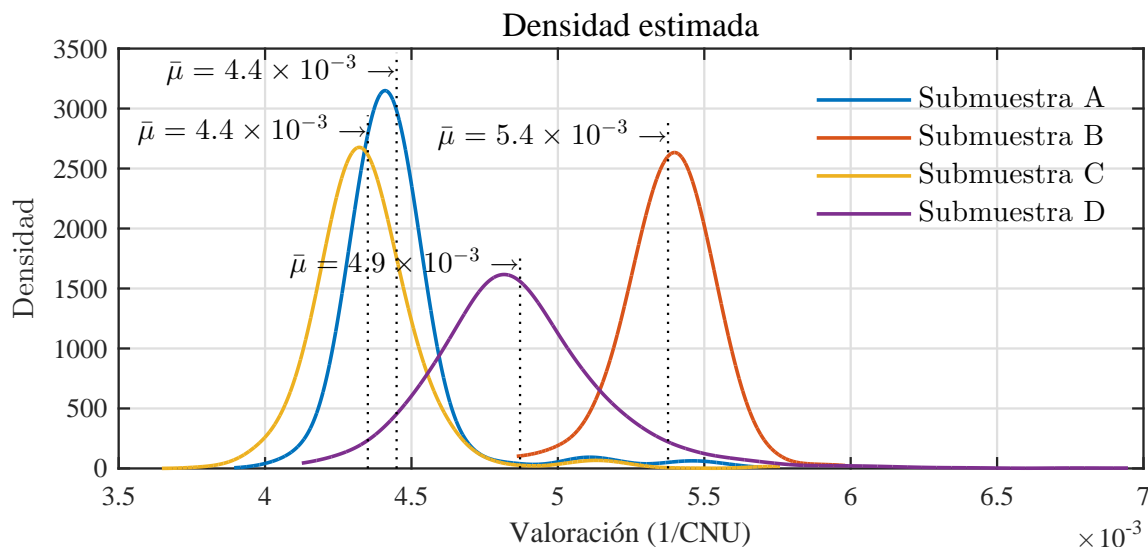


Figura 4.1: Funciones de densidad de las valoraciones estimadas para distintas submuestras, todas condicionales en una tasa de interés implícita de 3,24%. Se muestra solo la parte de la función que no se ve afectada por *trimming*. Las líneas verticales punteadas marcan la ubicación de las medias $\bar{\mu}$ de cada distribución.

aseguradoras sea menos atractivo entregarle una pensión a una mujer en edad de jubilación en comparación a un hombre en edad de jubilación.

Por otro lado, haciendo una comparación similar según el estado civil, el grupo de solteras/os (submuestras A y B) muestra tener en promedio mayor valoración para las empresas en comparación al grupo de casadas/os (submuestras C y D). También es distinta la dispersión de las densidades, siendo la desviación estándar para las estimaciones en mujeres y hombres de $2,29 \times 10^{-4}$ (A) y $1,77 \times 10^{-4}$ (B) si están solteras/os, versus $2,12 \times 10^{-4}$ (C) y $3,39 \times 10^{-4}$ (D) si están casadas/os; la diferencia en la dispersión esta asociada a la presencia de los cónyuges, quienes tienen una pensión por sobrevivencia en caso de fallecimiento del afiliado.¹² Estos datos sugieren que en promedio la valoración al momento de jubilarse de una mujer disminuye en un 2.2% si está casada y la valoración de un hombre disminuye en promedio en un 9.4% si está casado.

Otro resultado interesante es el que surge de la estrategia de equilibrio (3.2), que se calcula con las funciones estimadas. En la figura 4.2 se muestran las distintas estrategias con $I = 10$ competidores para cada submuestra; cada una es estrictamente monótona creciente acorde a la estructura del modelo. El *shading* en cada estrategia aumenta (la función es mas plana) en la medida en que hay menos densidad en el lado derecho de $\hat{f}(\cdot)$, lo cual sugiere que valoraciones más dispersas (con colas mas gruesas) hacen que también el *shading* comience antes dentro del soporte de las valoraciones.

Dado que el *shading* es pequeño para la parte densa de la distribución, el margen de ganancia promedio también lo es. En la figura 4.3 se observa que para las submuestras A, B, C y D los márgenes con $I = 10$ competidores son 0,44%, 0,35%, 0,48% y 0,71% respectivamente. Esto no limita la existencia de casos donde la valoración es más alta y las empresas pueden ofertar con un margen de 10% o más. También se puede observar que el margen promedio mayor está en la submuestra D que corresponde a hombres casados, la que a su vez tiene una distribución más dispersa y con más *shading*.

de vida de las mujeres en edad de jubilarse (60 años) es de 90.3 años; en la tabla de mortalidad anterior a ésta, las mismas estadísticas eran 84.6 y 89.1 años.

¹²La pensión de sobrevivencia puede llegar a ser hasta un 60% de la pensión que contrató el afiliado.

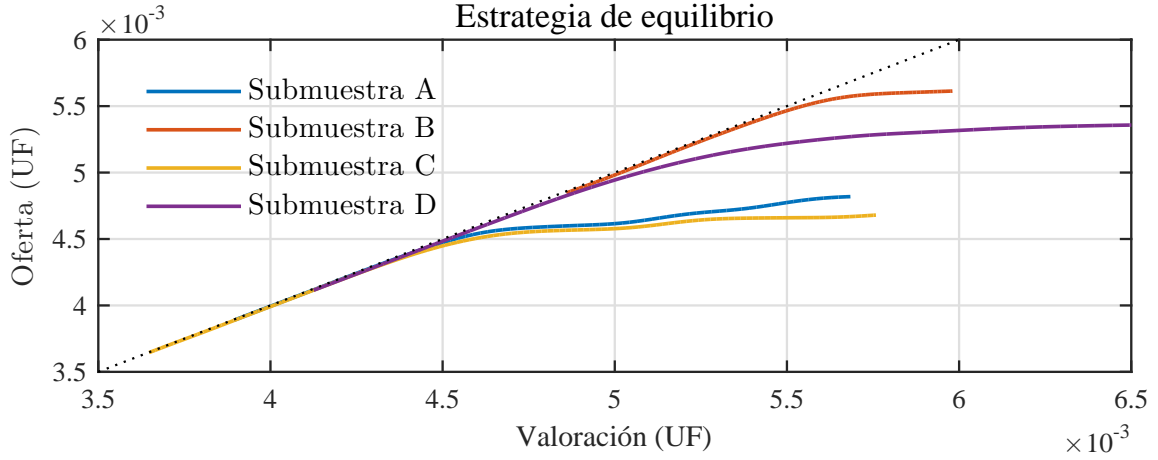


Figura 4.2: Estrategia de equilibrio según la función de distribución de las valoraciones con $I = 10$. En una subasta de primer precio es (3.2), se calcula con $\hat{F}(\cdot)$ para cada submuestra. Sólo se muestra la parte de la estrategia con *trimming* en la función de distribución acumulada.

4.2. Precio de reserva

En una FPA el precio de reserva óptimo se determina luego de maximizar la recaudación esperada con precios de reserva. Myerson (1981) muestra que, para una subasta simétrica de primer precio la recaudación esperada con precio de reserva r es:

$$\Pi_0(r) = I \left[r(1 - F(r))F(r)^{I-1} + \int_r^{\bar{v}} (1 - F(y))y(I - 1)F(y)^{I-2}f(y)dy \right] + F(r)^I u_0, \quad (4.1)$$

donde u_0 corresponde a la valoración que tiene el subastador sobre el producto cuando no es subastado, por lo tanto el resultado de la maximización de $\Pi_0(r)$ para elegir el precio de reserva óptimo r^* debe satisfacer:

$$(r^* - u_0) \frac{f(r^*)}{1 - F(r^*)} = 1. \quad (4.2)$$

Para calcular r^* en el mercado de RVI, se define $u_0 = 0$ y se hace una aproximación numérica del valor de r^* . Para la estimaciones de las submuestras A, B, C y D, los precios de reserva óptimo son $4,13 \times 10^{-3}$, $5,00 \times 10^{-3}$, $3,99 \times 10^{-3}$ y $4,34 \times 10^{-3}$ respectivamente. Hay que hacer hincapié en que en la medida que el *shading* es menor (ya sea por la forma de $F(\cdot)$ o por el número de competidores), la recaudación esperada crece menos o bien se mantiene constante para los precios de reserva $r \in [\underline{v}, r^*]$, lo cual es justamente lo que ocurre en este caso, ya que solo un 5% de los productos tienen menos de 5 competidores. El mayor incremento en recaudación esperada con 5 competidores es de un 5,2%, que corresponde a la submuestra C mientras para las demás submuestras no aumenta más de un 0,1%, luego con el mismo precio de reserva óptimo y 6 competidores el aumento en la recaudación esperada de la submuestra C disminuye a un 2,3%. Esto significa que en la práctica serían pocos los beneficios de poner un precio de reserva en el incremento de la pensión, por otro lado, el afiliado siempre tiene la opción de no aceptar las ofertas o aceptar las ofertas de otro producto (por ejemplo, de RP), este podría ser el motivo por el cual el *shading* es pequeño en la mayoría de la distribución, ya que las compañías de seguro no tienen una restricción de oferta mínima pero si enfrentan más competencia.

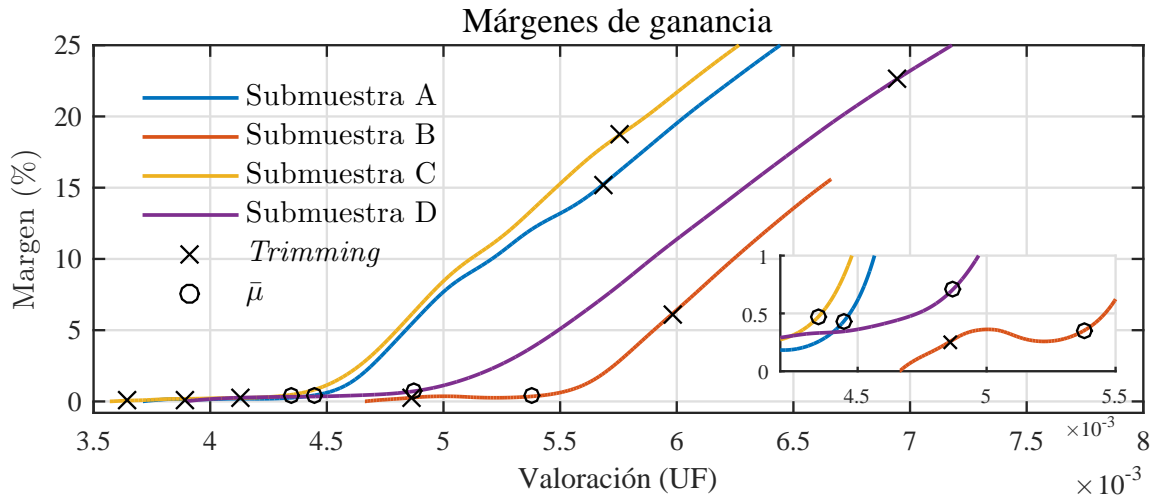


Figura 4.3: Márgenes de ganancia según la estrategia de equilibrio con $I = 10$, por cada submuestra. \times son los puntos donde se hace el *trimming* de cada distribución. \circ identifica la ubicación del promedio de cada distribución.

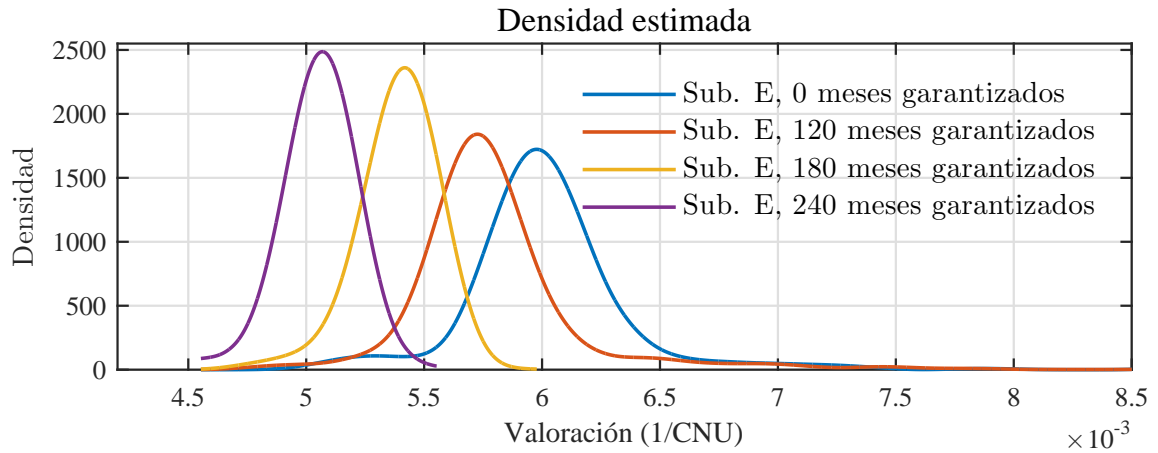


Figura 4.4: Funciones de densidad de las valoraciones estimadas para la submuestra E, todas condicionales en una tasa de interés implícita de 3,24 % y cada una con distintos meses garantizados. Se muestra solo la parte de la función que no se ve afectada por *trimming*.

4.3. Diferencias entre productos según meses garantizados

Para la estimación de la submuestra E, se utilizan como controles de heterogeneidad la tasa de interés implícita x_1 y el número de meses garantizados x_2 (además de incluir al número de competidores en cada subasta). En la segunda etapa al estimar la función de distribución de las valoraciones, ésta se condiciona en $x_1 = 3,24\%$ y $x_2 = 0, 120, 180, 240$, por lo tanto se calculan 4 distribuciones, y cada una de ellas condicional en un período garantizado distinto. Agregar un control adicional significa que en la primera etapa se ponderan cuatro kernels, correspondientes a las ofertas, competidores, tasas y meses garantizados.

En la figura 4.4 se observan estos resultados de la estimación, a medida que aumentan los meses garantizados disminuye la valoración de las empresas sobre la pensión, las medias de las distribuciones son $6,02 \times 10^{-3}$, $5,81 \times 10^{-3}$, $5,39 \times 10^{-3}$ y $5,05 \times 10^{-3}$. Por otro lado a mayor cantidad de meses también disminuye la desviación estándar de la distribución, el mayor valor corresponde a los 120 meses garantizados y es de $3,93 \times 10^{-4}$, a diferencia de la

pensión con 240 meses que tiene una desviación estándar de $1,79 \times 10^{-4}$, las características con respecto a los precios de reserva y *shading* son similares a las submuestras A, B, C y D, por lo tanto lo que se destaca de esta estimación es la posibilidad de agregar más variables discretas como control en la medida que existan datos y capacidad de cómputo.

Dado que la unidad de medida de estas valoraciones es la pensión entregada por cada unidad de saldo, basta con escalar esta variable por la cantidad de saldo ahorrado para tener una idea de la valoración sobre esa pensión, esto significa que si un hombre, de características acordes a la submuestra E tiene un saldo de 2.000UF, en promedio las empresas valorarán su pensión entre 12,05UF y 10,1UF dependiendo del número de meses garantizados que solicite y condicional en una tasa de interés implícita de 3,24%.

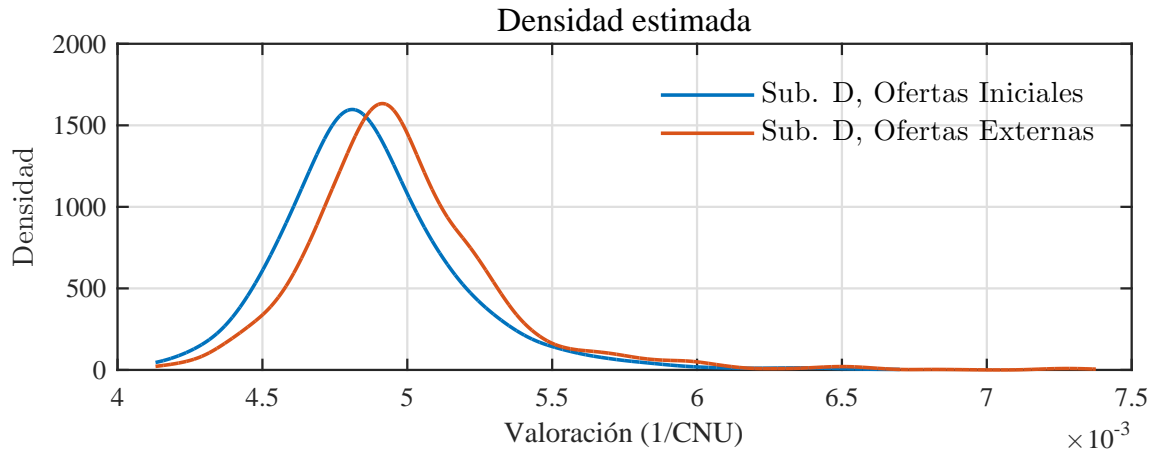


Figura 4.5: Funciones de densidad de las valoraciones estimadas para la submuestra D (hombres casados y 180 meses garantizados), ambas condicionales en una tasa de interés implícita de 3,24%, una condicional en que es oferta inicial y la otra condicional en que es una oferta externa. Se muestra solo la parte de la función que no se ve afectada por *trimming*.

En la figura 4.5 se muestra una estimación similar a la figura anterior, esta vez para la submuestra D (hombres casados y 180 meses garantizados) controlando por la tasa de interés y un indicador de si la oferta es una oferta externa o una oferta inicial, se muestran ambas densidades estimadas. Se puede observar que la valoración reportada por la estimación es mayor cuando se realizan ofertas externas, siendo el promedio de la distribución de ofertas externas un 2.16% mayor que el promedio de la distribución de ofertas iniciales.

5. Conclusiones

Del análisis del mercado chileno de rentas vitalicias y de su estimación se pueden sacar dos tipos de conclusiones, lo primero es en cuanto a los datos observados y el mecanismo de asignación, que a simple vista sugiere que en el proceso, la presencia de varios tipos de intermediarios y opciones de solicitud, no solo agregan diversidad para ajustarse a las necesidades del afiliado, sino que también pueden estar sesgando su decisión al momento de tomar la mejor pensión posible. Un ejemplo de esto es lo que sucede con la presencia de Agentes de Ventas asociados a una compañía de seguros, cuyos intereses pueden estar desalineados con los del pensionado y sesgar su decisión. Otro punto relevante es la solicitud de ofertas externas, que por un lado es una opción de aumento de las pensiones ofrecidas, pero por otro lado podría tener el efecto contrario haciendo que las empresas en una primera etapa realicen ofertas menos agresivas. Modelar con precisión este proceso de elección como una subasta no es trivial. Este trabajo se centra en el segmento mejor comportado de la muestra (aquellos afiliados que escogieron un asesor) y se modeló su comportamiento como una subasta estándar

El segundo tipo de conclusiones tiene que ver con la metodología y los resultados obtenidos en su implementación. El análisis estructural junto con los métodos indirectos en este escenario permite obtener las valoraciones sin conocer particularmente la estructura de costos de las empresas (por ejemplo la ponderación de tasas de interés, tablas de mortalidad o costos fijos), o la forma en que se define la pensión del afiliado (según los meses garantizados, estado civil, sexo, etc), lo cual genera una ventaja en comparación al análisis de forma reducida, ya que para éste se necesita conocer con precisión cómo se calcula la pensión para cada afiliado. Es notable que las valoraciones se obtienen a partir de las ofertas observadas, siendo los resultados robustos en cuanto al efecto que tienen las características del producto solicitado en el valor de la pensión. Dicho de otro modo, se pueden confirmar la diferencias en UF que generan los meses garantizados, el sexo, la tasa de interés y el estado civil en la pensión.

Este tipo de análisis también se puede hacer utilizando otras variables que expresen la oferta, tales como el *Money Worth Ratio* o directamente el monto de pensión, siempre y cuando, la variable alternativa sea una transformación monótona de las ofertas observadas, o en su defecto, se re-defina el criterio de elección en la subasta.

Otro resultado interesante de la estimación es que los precios de reserva óptimos en este mercado prácticamente no aumentan la recaudación esperada de los afiliados, esto se debe tanto a la forma de las distribuciones de las valuaciones, como también al número frecuente de competidores, que comúnmente oscila entre 10 y 12. Pareciera que la opción del afiliado de no aceptar ninguna oferta o aceptar distintos productos también hace que las ofertas sean mas agresivas, teniendo como consecuencia, un precio de reserva innecesario.

Queda por investigar cómo influye el tamaño de las empresas y posibles asimetrías entre los competidores, ya que al parecer hay empresas que focalizan sus ventas (adjudicaciones de rentas vitalicias) en las pensiones ofrecidas por sus agentes de ventas, otras empresas en cambio al estar asociadas con una Administradora de Fondos de Pensión, lógicamente buscarán hacer uso de su renombre para obtener la aceptación del producto ofrecido. También queda como material de estudio la modelación de una subasta no-estándar que se ajuste con mayor precisión a los criterios de elección de los afiliados.

6. Bibliografía

- Bajari, P. y Ye, L. (2003). Deciding between competition and collusion. *The Review of Economics and Statistics*, 85(4):971–989.
- Campo, S., Perrigne, I., y Vuong, Q. (2003). Asymmetry in first-price auctions with affiliated private values. *Journal of Applied Econometrics*, 18(2):179–207.
- Donald, S. G. y Paarsch, H. J. (1993). Piecewise pseudo-maximum likelihood estimation in empirical models of auctions. *International Economic Review*, pages 121–148.
- Fajnzylber, E., Pizarro, M., y Willington, M. (2015). Adverse selection in annuity markets.
- Guerre, E., Perrigne, I., y Vuong, Q. (2000). Optimal nonparametric estimation of first-price auctions. *Econometrica*, 68(3):525–574.
- Laffont, J.-J., Ossard, H., y Vuong, Q. (1995). Econometrics of first-price auctions. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 953–980.
- Laffont, J.-J. y Vuong, Q. (1996). Structural analysis of auction data. *The American Economic Review*, 86(2):414–420.
- Li, T. y Perrigne, I. (2003). Timber sale auctions with random reserve prices. *The Review of Economics and Statistics*, 85(1):189–200.
- Myerson, R. B. (1981). Optimal auction design. *Mathematics of operations research*, 6(1):58–73.
- Riley, J. G. y Samuelson, W. F. (1981). Optimal auctions. *The American Economic Review*, 71(3):381–392.
- Silverman, B. W. (1986). *Density estimation for statistics and data analysis*, volume 26. CRC press.
- Thorburn, C., Rocha, R., y Morales, M. (2007). An analysis of money’s worth ratios in chile. *Journal of Pension Economics & Finance*, 6(3):287–312.

A. Conceptos básicos del Sistema de Pensiones

A.1. Tipos de pensión

- **Pensión de vejez o vejez anticipada:** Es uno de los beneficios previsionales consagrados en el D.L. Nro 3500 de 1980, y que consiste en el derecho (no obligación) que tienen los afiliados al Sistema a obtener una pensión una vez que hayan cumplido con la edad legal exigida para tales efectos: 65 años de edad para los hombres y 60 años de edad las mujeres.
- **Pensión de invalidez:** Es el beneficio que reciben, mediante una cantidad mensual en dinero, aquellos afiliados que la Comisión Médica de la Superintendencia de Pensiones ha declarado inválidos. Luego de ejecutado el Dictamen y de constituido el Saldo de la Cuenta, se obtiene el monto de la Pensión de Invalidez, que se financia con este saldo, el que considera, cuando corresponda, el Aporte Adicional realizado por la AFP.
- **Pensión de sobrevivencia:** Es el beneficio al cual tienen derecho los componentes del grupo familiar del afiliado fallecido que cumplan los requisitos legales respectivos.

Fuente: Superintendencia de Pensiones

A.2. Modalidades de pensión

- **Retiro Programado:** Es la modalidad de pensión que paga la AFP con cargo a la Cuenta de Capitalización Individual del afiliado. El monto de la pensión se calcula y actualiza cada año en función del saldo de la cuenta individual, la rentabilidad de los fondos, la expectativa de vida del afiliado y/o la de sus beneficiarios y la tasa vigente de cálculo de los retiros programados. Lo anterior significa que el monto de la pensión varía cada año, disminuyendo con el tiempo.

En el retiro programado el afiliado mantiene la propiedad de sus fondos y puede cambiarse de AFP y de modalidad de pensión. En caso de que fallezca, con el saldo remanente se continuará pagando pensiones de sobrevivencia a sus beneficiarios y si éstos no existen, los fondos que eventualmente quedaran se pagarán como herencia.

- **Renta Vitalicia Inmediata (RVI):** Es aquella modalidad de pensión que contrata un afiliado con una Compañía de Seguros de Vida, obligándose dicha Compañía al pago de una renta mensual, fija en UF, para toda la vida del afiliado y fallecido éste, a sus beneficiarios de pensión.

En esta modalidad la AFP traspassa a la Compañía de Seguros de Vida los fondos previsionales del afiliado para financiar la pensión contratada. Por lo tanto, al seleccionar una renta vitalicia, el afiliado deja de tener la propiedad de sus fondos.

La renta vitalicia, una vez contratada por el afiliado, es irrevocable, por lo que éste no puede cambiarse de Compañía de Seguros ni de modalidad de pensión.

Se debe tener presente que el afiliado puede optar por esta modalidad solo si su pensión es mayor o igual al monto de la pensión básica solidaria de vejez.¹³

En esta modalidad, el afiliado tiene la posibilidad de solicitar Condiciones Especiales de Cobertura, para mejorar la situación de sus beneficiarios de pensión de sobrevivencia, en caso de que fallezca.

¹³La pensión básica solidaria comienza a regir el 1 de julio de 2009 con un valor de 75.000 pesos chilenos, se actualiza cada 12 meses según la inflación del período.

Las Condiciones Especiales de Cobertura son dos:

- **Período garantizado:** Esta condición especial de cobertura implica que si el afiliado fallece antes del término del periodo garantizado, la Compañía de Seguros de Vida le garantiza el pago del 100 % de la pensión contratada distribuida entre sus beneficiarios legales, por todo el tiempo remanente. Al término de dicho periodo, el pago de las pensiones de sobrevivencia se efectuará en los porcentajes que establece la ley. En caso de que el afiliado no tenga beneficiarios legales, el pago de las rentas mensuales garantizadas, se efectuará a aquellas personas que el mismo afiliado haya designado, y en su defecto, a sus herederos.
- **Cláusula de incremento de porcentaje:** Esta segunda condición especial de cobertura significa que al fallecimiento del afiliado, la Compañía de Seguros de Vida pagará a su cónyuge y demás beneficiarios, el monto de la renta vitalicia contratada, pero en un porcentaje superior al que establece la ley para los beneficiarios de pensión de sobrevivencia. Esta opción sólo puede solicitarla el afiliado que tenga cónyuge.

- **Renta Temporal con Renta Vitalicia Diferida:** En esta modalidad, el afiliado contrata con una Compañía de Seguros de Vida el pago de una renta vitalicia mensual, fija en UF, a partir de una fecha futura, dejando en su cuenta individual de la AFP un saldo para una renta temporal, por el periodo que va entre la selección de esta modalidad y el inicio del pago de la renta vitalicia diferida.

Respecto de la renta vitalicia que incluye esta modalidad, el afiliado tiene la posibilidad de solicitar Condiciones Especiales de Cobertura.

- **Renta Vitalicia Inmediata con Retiro Programado:** En esta modalidad se dividen los fondos que el afiliado tiene en su cuenta individual de la AFP y contrata con ellos simultáneamente una renta vitalicia inmediata y una pensión por Retiro Programado.

Respecto de la Renta Vitalicia que incluye de esta modalidad, el afiliado tiene la posibilidad de solicitar Condiciones Especiales de Cobertura.

Dentro de estas modalidades se puede solicitar el Excedente de Libre Disposición (ELD). **Excedente de Libre Disposición:** Son fondos remanentes en la cuenta de capitalización individual, luego de efectuado el cálculo del monto necesario para la obtención de pensión y descontado del saldo acumulado, el cual queda a disposición del afiliado para los usos que éste estime conveniente.

Los requisitos para que el afiliado pueda obtener ELD son:

- Tener diez años de afiliación en cualquier sistema previsional.
- Obtener una pensión igual o mayor al 70 % del promedio de las remuneraciones percibidas y rentas declaradas de los últimos diez años anteriores al mes en que se acogió a pensión.
- Que la pensión obtenida sea igual o superior al 100 % de la pensión máxima con aporte solidario, vigente a la fecha que se acoja a pensión.

Fuente: Superintendencia de Pensiones

A.3. Proceso SCOMP

A continuación se explican cada uno de los pasos del proceso SCOMP que sigue el afiliado para contratar una renta vitalicia.

1. Para iniciar el trámite de pensión el afiliado debe ir a su AFP, firmar una solicitud de pensión, presentar la documentación requerida y efectuar su declaración de beneficiarios.

Dentro de los 10 días hábiles siguientes, la AFP debe emitir un Certificado de Saldo que informa la cantidad de dinero con que cuenta para pensionarse. Simultáneamente la AFP enviará un Certificado Electrónico de Saldo hacia el sistema SCOMP

El certificado tiene una vigencia de 35 días, durante los cuales el afiliado tiene derecho a hacer tres consultas al sistema. Si el certificado vence sin haber tomado una decisión, el afiliado podrá solicitar otro a su AFP. Para optar por una modalidad de pensión, los afiliados o beneficiarios deberán realizar al menos una consulta en el sistema.

2. Con dicho certificado el afiliado o beneficiario podrá requerir el ingreso de una Solicitud de Oferta al Sistema, a través de un partícipe que puede ser una AFP, Compañía de seguros de Vida o Asesor Previsional. Para ingresar al sistema el afiliado deberá firmar personalmente ante el partícipe el formulario de Solicitud de Ofertas de pensión, en caso de no poder suscribirlo personalmente, su firma tiene que ser autorizada ante un Notario Público.

En caso de que el trámite se realice directamente en una AFP o Compañía de Seguros de Vida, sin la participación de un Asesor Previsional o Agente de ventas, las ofertas no consideran honorarios por asesoría o cobro de comisión de intermediación.

En cada consulta puede seleccionar hasta tres condiciones especiales de cobertura para cada tipo renta vitalicia. No se pueden realizar nuevas consultas mientras exista una en trámite.

Cuando se trate de pensiones de sobrevivencia la solicitud de ofertas puede ser solicitada por un representante legal en caso de incapaces. Cada beneficiario también puede pedir hasta tres solicitudes mientras se encuentre vigente un mismo Certificado de Saldo.

Una vez ingresada la Solicitud de Ofertas el Sistema SCOMP envía la información a todas las Compañías participantes y a la AFP de origen para que efectúen sus ofertas.

3. Dentro de los ocho días hábiles luego de ingresada la Solicitud de Oferta, el afiliado recibirá en su domicilio, por correo certificado, el original del Certificado de Ofertas que contendrá las ofertas de Retiros Programados, Rentas Vitalicias, Renta Temporal con Renta Vitalicia Diferida y Renta Vitalicia Inmediata con Retiro Programado, según corresponda, realizadas por las AFP y Compañías de Seguros de Vida.

Simultáneamente, el sistema pondrá a disposición del partícipe que ingresó la consulta, una copia del Certificado de Ofertas, la que se diferenciará claramente del original y no podrá utilizarse para la aceptación de ofertas ni selección de modalidad de pensión.

El original que el afiliado tendrá es el único documento válido para efectuar la aceptación de una oferta y selección de la modalidad de pensión elegida. en caso de extravío, pérdida o destrucción de un correo, el consultante podrá solicitar a la Administradora de Origen un duplicado del Certificado de Ofertas original, después de ocho días hábiles de ingresada la consulta.

Las ofertas que se reciban tendrán una duración de doce días hábiles a contar desde la emisión del Certificado de Ofertas, incluso cuando el Certificado de Saldo no esté vigente. El proceso de pensión se hará obligatorio solo si se suscribe alguna alternativa.

4. Con el Certificado de Oferta se podrá aceptar una oferta contenida en dicho documento, solicitar una oferta externa, realizar un remate, desistirse de la solicitud de pensión o cambio de modalidad o solicitar una nueva consulta.

- Antes de realizar una Aceptación de Ofertas, se puede solicitar una Oferta Externa a las Compañías de Seguros de Vida que hayan ofertado internamente y que hubiesen sido incluidas en el Certificado de Ofertas, para igual tipo de Renta Vitalicia y condiciones especiales de cobertura y debe ser mayor que la oferta realizada en el sistema.¹⁴

Una vez que la Oferta Externa hubiese sido aceptada e ingresada en el Sistema, la Compañía entregará el formulario denominado Oferta Externa de Renta Vitalicia.

- En caso de no aceptar ninguna oferta del Certificado de Oferta u Oferta Externa, también se tiene la alternativa de solicitar un Remate.

Para iniciar este proceso se deberá suscribir el formulario *Solicitud de Remate* en su AFP de origen, seleccionando: tipo de producto, monto de excedente de libre disposición, Compañías que se invitarán a participar y postura mínima para el monto de pensión. Al menos tres de las Compañías invitadas a participar del remate deben haber formulado ofertas internas que se encuentren vigentes en el Sistema, para el tipo de producto definido por el consultante. Éste podrá incorporar al remate cualquier otra compañía habilitada para operar en el Sistema.

El plazo máximo de cierre de recepción de ofertas es de 24 horas desde el envío de la información a las compañías.

El remate se adjudica a la compañía que haya efectuado la mayor postura de monto de pensión. Es importante destacar que la aceptación de esta oferta es obligatoria para el afiliado si al remate concurren por lo menos dos compañías de Seguros de Vida.

El sistema comunicará el resultado a la AFP de origen, a las compañías participantes y al Asesor Previsional (si lo hubiere) indicado en la Solicitud de Remate, a través del *Certificado de Remate*. La AFP de origen comunicará el resultado por correo u otro medio que el afiliado elija.

Una vez finalizado el remate el afiliado tiene 10 días hábiles contados desde el día de cierre, para suscribir los contratos de rentas vitalicias correspondientes. Si no lo hace, la AFP deberá efectuarlo en su nombre, a más tardar el día hábil siguiente.

- La aceptación de la Oferta puede realizarse en la AFP o Compañía de Seguros de Vida seleccionada o en la Administradora de origen. Si se opta por el Retiro Programado, se puede aceptar en la AFP que realiza la oferta electa.

Luego de la Aceptación de la Oferta y para materializar la opción, se debe firmar personalmente en la AFP de origen la *Selección de Modalidad de Pensión* en

¹⁴El afiliado decide las compañías donde solicitará ofertas externas (no es necesario que se haga una solicitud a todas las compañías) y luego el intermediario las pide directamente en cada una de las compañías aseguradoras correspondientes.

ese momento se debe presentar la siguiente documentación: la Aceptación de la Oferta, el Certificado de Ofertas y la Cotización Externa (si corresponde). Estos antecedentes se entenderán parte integrante del contrato de renta vitalicia.

5. Si la elección fue una Renta Vitalicia, la AFP debe traspasar los fondos de la cuenta individual, suficientes para cubrir la prima única contratada, dentro de los 10 días hábiles siguientes a la recepción de la póliza.

En caso que el consultante seleccione la modalidad de Retiro Programado en una AFP distinta a la de origen, esta última debe traspasar los fondos de la cuenta individual que corresponda, de acuerdo a la norma que imparta la Superintendencia de Pensiones.

Fuente: Sistema de Consultas y Ofertas de Montos de Pensión

B. Subasta de sobre cerrado con asignación aleatoria

La subasta de sobre cerrado con asignación aleatoria se propone como una forma de modelar la elección de los afiliados de manera no-estándar, permitiendo que el subastador elija no solo la mejor oferta, sino que puedan existir distintas probabilidades de elegir las n mejores ofertas. Para que este modelo pueda ser utilizado en una estimación, es necesario demostrar la monotonicidad de la estrategia identificada. En las subsecciones siguientes se hace la derivación del modelo comenzando la explicación con una subasta de primer precio.

B.1. Subasta de sobre cerrado y primer precio

En una subasta de sobre cerrado de primer precio, donde todas las ofertas se hacen de manera simultánea sobre un objeto indivisible, el oferente i maximiza el pago esperado:

$$\max_{b_i} (v_i - b_i) \Pr[b_i > b_j] \quad , \forall j \neq i \quad (\text{B.1})$$

donde b_i es la oferta y v_i su valoración. Suponiendo que todos los jugadores siguen la misma estrategia para definir la oferta $\beta(v_i) = b_i$ (i.e. los jugadores son ex-ante idénticos), entonces la maximización es:

$$\max_{b_i} (v_i - b_i) \Pr[b_i > \beta(v_j)], \quad (\text{B.2})$$

$$\max_{b_i} (v_i - b_i) \Pr[\beta^{-1}(b_i) > v_j], \quad (\text{B.3})$$

$$\max_{b_i} (v_i - b_i) F(\beta^{-1}(b_i))^{I-1}, \quad (\text{B.4})$$

donde $F(\cdot)$ es la función de distribución acumulada de las valoraciones, la cual es idéntica para los I jugadores. Las condiciones de primer orden en este problema son:

$$0 = -F(\beta^{-1}(b_i))^{I-1} + (v_i - b_i)(I-1)F(\beta^{-1}(b_i))^{I-2} \frac{f(\beta^{-1}(b_i))}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))}, \quad (\text{B.5})$$

$$1 = (v_i - b_i)(I-1) \frac{f(\beta^{-1}(b_i))}{F(\beta^{-1}(b_i))} \frac{1}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))}, \quad (\text{B.6})$$

donde $f(\cdot)$ es la función de densidad de $F(\cdot)$. Con $\beta^{-1}(b_i) = v_i$ donde el jugador sigue la misma estrategia que los demás jugadores, entonces:

$$1 = (v_i - b_i)(I-1) \frac{f(v_i)}{F(v_i)} \frac{1}{\beta'(v_i)}. \quad (\text{B.7})$$

Guerre et al. (2000) utilizan las condiciones de primer orden para identificar las valuaciones privadas (no observadas), a partir de las ofertas (observadas) y de la distribución de ofertas, de modo que $G(b) = \Pr(\tilde{b} \leq b) = \Pr(\tilde{v} \leq \beta^{-1}(b)) = F(v)$. Por lo tanto $G(\cdot)$ es continua con soporte $[v, \beta(\bar{v})]$ y densidad $g(b) = f(v)/\beta'(v)$, entonces (B.7) resulta en:

$$v_i = b_i + \frac{1}{(I-1)} \frac{G(b_i)}{g(b_i)}, \quad (\text{B.8})$$

con lo cual se pueden obtener las valuaciones privadas a partir de los datos de ofertas en un procedimiento que naturalmente implica dos etapas. En una primera etapa se estiman $G(\cdot)$ y $g(\cdot)$ para poder recuperar v , en una segunda etapa se utilizan las (pseudo) valuaciones para obtener una estimación de $F(\cdot)$.

B.2. Subasta de sobre cerrado con asignación aleatoria

Considérese una subasta simultanea de sobre cerrado, donde de la mejor a la peor oferta decrece la probabilidad x de ser electo, de modo que $\sum_{i=1}^I x_i = 1$ y $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_I$ (son monótonas). Las probabilidades x_1, \dots, x_I son parámetros que se definen según el ranking de las ofertas electas o de las diferencias entre las ofertas. Entonces el pago esperado del jugador (equivalente a la ecuación (B.1)) es:

$$\begin{aligned} \max_{b_i} (v_i - b_i) & \left[x_I \Pr[b_i > b_{I-1}] + x_{I-1} \Pr[b_i \in [b_{I-2}, b_{I-1}]] + x_{I-2} \Pr[b_i \in [b_{I-3}, b_{I-2}]] + \dots \right. \\ & \left. + x_2 \Pr[b_i \in [b_1, b_2]] + x_1 \Pr[b_i < b_1] \right], \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

de modo que si todos los jugadores siguen la estrategia $\beta(v) = b$, el valor esperado de forma general es:

$$\begin{aligned} \max_{b_i} (v_i - b_i) & \left[x_I \Pr[\beta^{-1}(b_i) > v_{I-1}] + x_{I-1} \Pr[v_{I-2} < \beta^{-1}(b_i) < v_{I-1}] \right. \\ & \left. + x_{I-2} \Pr[v_{I-3} < \beta^{-1}(b_i) < v_{I-2}] + \dots \right. \\ & \left. \dots + x_2 \Pr[v_1 < \beta^{-1}(b_i) < v_2] + x_1 \Pr[\beta^{-1}(b_i) < v_1] \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Para resolver esto es necesario utilizar estadísticos de orden de una función de distribución. Por definición, la función de densidad conjunta de un estadístico de orden k y uno j , con $k > j$ de una muestra de $I - 1$ observaciones es:

$$f_{j,k}(x, y) = \frac{(I-1)!}{(j-1)!(k-j-1)!(I-1-k)!} F(x) [F(y) - F(x)]^{k-j-1} [1 - F(y)]^{I-1-k} f(x) f(y), \quad (\text{B.11})$$

tal que $x, y \in \mathbb{R}$ y $x < y$. Dado que en el caso de interés los estadísticos de orden son correlativos tal que $k = j + 1$, se tiene que:

$$f_{j,j+1}(x, y) = \frac{(I-1)!}{(j-1)!(I-j-2)!} F(x)^{j-1} [1 - F(y)]^{I-j-2} f(x) f(y), \quad (\text{B.12})$$

de modo que $\Pr[v_j < \beta^{-1}(b_i) < v_{j+1}] = F_{j,j+1}(v_j, v_{j+1})$. La función de distribución acumulada de (B.12) es:

$$\Pr[\beta^{-1}(b_i) \in [v_j, v_{j+1}]] = \int_{\beta^{-1}(b_i)}^{\infty} \int_0^{\beta^{-1}(b_i)} f_{j,j+1}(v_j, v_{j+1}) \, dv_j dv_{j+1}, \quad (\text{B.13})$$

$$= \frac{(I-1)!}{(j-1)!(I-j-2)!} \int_{\beta^{-1}(b_i)}^{\infty} [1 - F(v_{j+1})]^{I-j-2} dv_{j+1} \int_0^{\beta^{-1}(b_i)} F(v_j)^{j-1} dv_j, \quad (\text{B.14})$$

$$= \frac{(I-1)!}{(j-1)!(I-j-2)!} \frac{[1 - F(\beta^{-1}(b_i))]^{I-j-1}}{I-j-1} \frac{F(\beta^{-1}(b_i))^j}{j}, \quad (\text{B.15})$$

$$= \frac{(I-1)!}{j!(I-j-1)!} F(\beta^{-1}(b_i))^j [1 - F(\beta^{-1}(b_i))]^{I-j-1}. \quad (\text{B.16})$$

Para el caso donde $x_I + x_{I-1} + x_{I-2} = 1$ la maximización (B.10) con las probabilidades

señaladas en (B.16) resulta en:

$$\begin{aligned} \max_{b_i} (v_i - b_i) & \left[x_I F(\beta^{-1}(b_i))^{I-1} + x_{I-1} \frac{(I-1)!}{(I-2)!} (1 - F(\beta^{-1}(b_i))) F(\beta^{-1}(b_i))^{I-2} \right. \\ & \left. + x_{I-2} \frac{(I-1)!}{2(I-3)!} (1 - F(\beta^{-1}(b_i)))^2 F(\beta^{-1}(b_i))^{I-3} \right], \quad (\text{B.17}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max_{b_i} (v_i - b_i) & \left[x_I F(\beta^{-1}(b_i))^{I-1} + x_{I-1} (I-1) (1 - F(\beta^{-1}(b_i))) F(\beta^{-1}(b_i))^{I-2} \right. \\ & \left. + x_{I-2} \frac{1}{2} (I-1)(I-2) (1 - F(\beta^{-1}(b_i)))^2 F(\beta^{-1}(b_i))^{I-3} \right], \quad (\text{B.18}) \end{aligned}$$

y su condición de primer orden es:

$$\begin{aligned} 0 = & - \left[x_I F(\beta^{-1}(b_i))^{I-1} + x_{I-1} (I-1) (1 - F(\beta^{-1}(b_i))) F(\beta^{-1}(b_i))^{I-2} \right. \\ & \left. + x_{I-2} \frac{1}{2} (I-1)(I-2) (1 - F(\beta^{-1}(b_i)))^2 F(\beta^{-1}(b_i))^{I-3} \right] \\ & + (v_i - b_i) \left[x_I (I-1) F(\beta^{-1}(b_i))^{I-2} \frac{f(\beta^{-1}(b_i))}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))} \right. \\ & + x_{I-1} (I-1) F(\beta^{-1}(b_i))^{I-3} \frac{f(\beta^{-1}(b_i))}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))} \left[I-2 - (I-1) F(\beta^{-1}(b_i)) \right] \\ & \left. + x_{I-2} \frac{1}{2} (I-1)(I-2) F(\beta^{-1}(b_i))^{I-4} \frac{f(\beta^{-1}(b_i))}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))} (1 - F(\beta^{-1}(b_i))) \left[I-3 - (I+1) F(\beta^{-1}(b_i)) \right] \right], \quad (\text{B.19}) \end{aligned}$$

entonces

$$\begin{aligned} 1 = & (v_i - b_i)(I-1) \frac{1}{F(\beta^{-1}(b_i))} \frac{f(\beta^{-1}(b_i))}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))} \times \\ & \left[\frac{x_I F(\beta^{-1}(b_i))^2 + x_{I-1} F(\beta^{-1}(b_i)) A + x_{I-2} \frac{1}{2} (I-2) (1 - F(\beta^{-1}(b_i))) B}{x_I F(\beta^{-1}(b_i))^2 + x_{I-1} (1 - F(\beta^{-1}(b_i))) F(\beta^{-1}(b_i)) + x_{I-2} \frac{1}{2} (I-1)(I-2) (1 - F(\beta^{-1}(b_i)))^2} \right], \quad (\text{B.20}) \end{aligned}$$

$$\text{con } A = I - 2 - (I-1)F(\beta^{-1}(b_i)) \quad ; \quad B = I - 3 - (I+1)F(\beta^{-1}(b_i)).$$

Si el jugador sigue la misma estrategia que los demás jugadores $\beta^{-1}(b_i) = v_i$, entonces la función que correspondería a (B.7) en este caso es:

$$\begin{aligned} 1 = & (v_i - b_i)(I-1) \frac{1}{F(v_i)} \frac{f(v_i)}{\beta'(v_i)} \times \\ & \left[\frac{x_I F(v_i)^2 + x_{I-1} F(v_i) A + x_{I-2} \frac{1}{2} (I-2) (1 - F(v_i)) B}{x_I F(v_i)^2 + x_{I-1} (1 - F(v_i)) F(v_i) + x_{I-2} \frac{1}{2} (I-1)(I-2) (1 - F(v_i))^2} \right], \quad (\text{B.21}) \end{aligned}$$

$$\text{con } A = I - 2 - (I-1)F(v_i) \quad ; \quad B = I - 3 - (I+1)F(v_i),$$

y la valoración en función de la distribución de las ofertas (B.8) en este caso es:

$$v_i = b_i + \frac{1}{(I-1)} \frac{G(b_i)}{g(b_i)} \left[\frac{x_I G(b_i)^2 + x_{I-1} (1 - G(b_i)) G(b_i) + x_{I-2} \frac{1}{2} (I-1)(I-2) (1 - G(b_i))^2}{x_I G(b_i)^2 + x_{I-1} G(b_i) A + x_{I-2} \frac{1}{2} (I-2) (1 - G(b_i)) B} \right], \quad (\text{B.22})$$

$$\text{con } A = I - 2 - (I-1)G(b_i) \quad ; \quad B = I - 3 - (I+1)G(b_i).$$

B.3. Generalización

Para el mismo problema de forma general, el pago esperado (B.9) es:

$$\max_{b_i} (v_i - b_i) \left[x_I \Pr[b_i > b_{I-1}] + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \Pr[b_i \in [b_j, b_{j+1}]] + x_1 \Pr[b_i < b_1] \right], \quad (\text{B.23})$$

suponiendo que la peor oferta no tiene probabilidad de ganar ($x_1 = 0$) y todos los jugadores siguen la estrategia $\beta(v) = b$, entonces:

$$\max_{b_i} (v_i - b_i) \left[x_I \Pr[b_i > b_{I-1}] + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \Pr[v_j > \beta^{-1}(b_i) > v_{j+1}] \right], \quad (\text{B.24})$$

reemplazando en la sumatoria las probabilidades según la ecuación (B.16):

$$\max_{b_i} (v_i - b_i) \left[x_I F(\beta^{-1}(b_i))^{I-1} + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \frac{(I-1)!}{j!(I-j-1)!} F(\beta^{-1}(b_i))^j [1 - F(\beta^{-1}(b_i))]^{I-j-1} \right], \quad (\text{B.25})$$

la condición de primer orden es:

$$\begin{aligned} 0 = & - \left[x_I F(\beta^{-1}(b_i))^{I-1} + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \frac{(I-1)!}{j!(I-j-1)!} F(\beta^{-1}(b_i))^j [1 - F(\beta^{-1}(b_i))]^{I-j-1} \right] \\ & + (v_i - b_i) \left[x_I (I-1) F(\beta^{-1}(b_i))^{I-2} \frac{f(\beta^{-1}(b_i))}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))} \right. \\ & \left. + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \frac{(I-1)!}{j!(I-j-1)!} \frac{f(\beta^{-1}(b_i))}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))} F(\beta^{-1}(b_i))^{j-1} [1 - F(\beta^{-1}(b_i))]^{I-j-2} C_j \right], \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

$$\begin{aligned} 0 = & - \left[x_I F(\beta^{-1}(b_i))^{I-1} + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \frac{(I-1)!}{j!(I-j-1)!} F(\beta^{-1}(b_i))^j [1 - F(\beta^{-1}(b_i))]^{I-j-1} \right] \\ & + (v_i - b_i) (I-1) \frac{f(\beta^{-1}(b_i))}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))} \left[x_I F(\beta^{-1}(b_i))^{I-2} \right. \\ & \left. + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \frac{(I-2)!}{j!(I-j-1)!} F(\beta^{-1}(b_i))^{j-1} [1 - F(\beta^{-1}(b_i))]^{I-j-2} C_j \right], \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

$$\text{con } C_j = j - (I+1)F(\beta^{-1}(b_i)),$$

por lo tanto la ecuación diferencial en $\beta(\cdot)$ que hay que resolver para obtener la estrategia de equilibrio es:

$$\begin{aligned} 1 = & (v_i - b_i) (I-1) \frac{1}{F(\beta^{-1}(b_i))} \frac{f(\beta^{-1}(b_i))}{\beta'(\beta^{-1}(b_i))} \times \\ & \frac{\left[x_I F(\beta^{-1}(b_i))^{I-2} + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \frac{(I-2)!}{j!(I-j-1)!} F(\beta^{-1}(b_i))^{j-1} [1 - F(\beta^{-1}(b_i))]^{I-j-2} C_j \right]}{\left[x_I F(\beta^{-1}(b_i))^{I-2} + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \frac{(I-1)!}{j!(I-j-1)!} F(\beta^{-1}(b_i))^{j-1} [1 - F(\beta^{-1}(b_i))]^{I-j-1} \right]}, \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

$$\text{con } C_j = j - (I+1)F(\beta^{-1}(b_i)).$$

Siguiendo la identificación propuesta por Guerre et al. (2000) en una subasta de primer precio, se reemplaza $\beta^{-1}(b_i) = v_i$ y $F(v_i) = G(b_i)$; por lo tanto la identificación de la subasta queda reducida a:

$$v_i = b_i + \frac{1}{(I-1)g(b_i)} \frac{G(b_i) \left[x_I G(b_i)^{I-2} + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \frac{(I-1)!}{j!(I-j-1)!} G(b_i)^{j-1} [1 - G(b_i)]^{I-j-1} \right]}{x_I G(b_i)^{I-2} + \sum_{j=I-2}^1 x_{j+1} \frac{(I-2)!}{j!(I-j-1)!} G(b_i)^{j-1} [1 - G(b_i)]^{I-j-2} C_j}, \quad (\text{B.29})$$

$$\text{con } C_j = j - (I+1)G(b_i).$$

Notar que en esta ecuación si $x_I = 1$, el resultado es la ecuación (B.8) que identifica una subasta de primer precio.

Queda por demostrar cuáles son las condiciones para que la estrategia de equilibrio identificada sea monótona. Por el momento se hacen cálculos numéricos para saber cuándo se cumple esta condición. Suponiendo que las probabilidades siguen el patrón $x_I, x_{I-1} = x_I q, x_{I-2} = x_I q^2, \dots, x_n = x_I q^n$, se busca una condición sobre $q \in [0, 1)$ para que la ecuación (B.29) sea monótona, donde q es el factor de decrecimiento en la probabilidad de ser electo, tal que $x_I + x_I q + x_I q^2 + \dots + x_I q^n = 1$, para las n probabilidades distintas de 0. Se calculan valoraciones con la ecuación (B.29) para ofertas generadas con distribuciones uniformes y normales por separado, concluyendo que para que la función sea monótona $q \in [0, 0.33]$, resultado que se replica con $n = 3, 5, 10, 15, 30$ mientras $I > n$. En los casos donde $I = n$ adicionalmente se encuentran valores de $q \in [0.5, 1)$ que satisfacen la monotonidad para distintos números de competidores.

A pesar de haber patrones de probabilidades que satisfacen la monotonidad, aun es necesario tener una aproximación teórica de estos resultados y buscar la manera más general de utilizar la serie de parámetros x_I, \dots, x_n .

C. Otras estimaciones y análisis sobre ofertas

C.1. Estimaciones adicionales

Se estiman las valoraciones en la submuestra D (hombres casados y 180 meses garantizados) condicionando la tasa de interés en distintos puntos, los resultados de esta estimación se pueden observar en la figura C.1. Las medias de valuación de las densidades estimadas en las tasas de interés de 2,60 %, 2,95 %, 3,30 % y 3,65 % son $4,62 \times 10^{-3}$, $4,75 \times 10^{-3}$, $5,07 \times 10^{-3}$ y $5,26 \times 10^{-3}$ respectivamente.

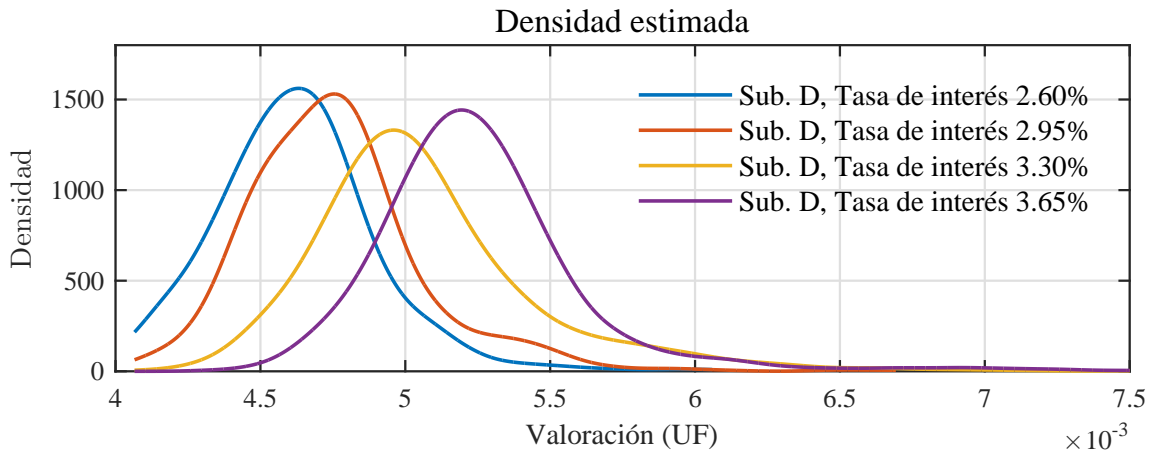


Figura C.1: Funciones de densidad de las valoraciones estimadas para la submuestra D (hombres casados y 180 meses garantizados), condicionales en una tasa de interés implícita distinta en cada función. Se muestra solo la parte de la función que no se ve afectada por *trimming*.

C.2. Subasta con ofertas de Money Worth Ratio

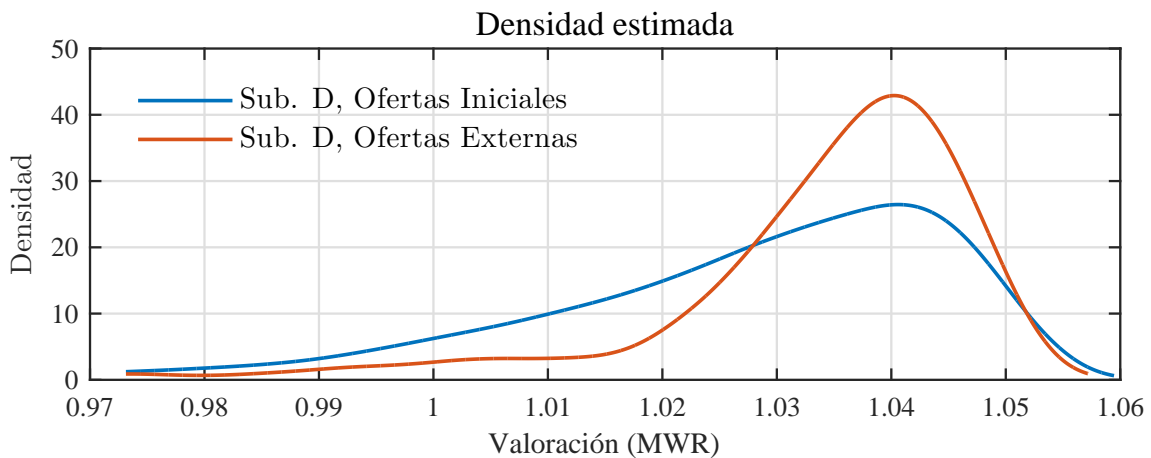


Figura C.2: Funciones de densidad de las valoraciones estimadas (en Money Worth Ratio) para la submuestra D (hombres casados y 180 meses garantizados), ambas condicionales en una tasa de interés implícita de 3,24 %, una condicional en que es oferta inicial y la otra condicional en que es una oferta externa. Se muestra solo la parte de la función que no se ve afectada por *trimming*. Las medias de las densidades condicionales en ofertas iniciales y ofertas externas son 1,027 y 1,034 respectivamente.

En la estimación de subastas, además de usar ofertas medidas en $1/CNU$, otra unidad

que es posible utilizar como oferta es el Money Worth Ratio (MWR) calculado por Thorburn et al. (2007) que corresponde a la razón entre el valor presente de los pagos esperados de la pensión y el ahorro entregado a la compañía de seguros. Se utilizan las tasas de interés implícitas y las tablas oficiales de mortalidad para calcular el MWR.

El uso de esta variable puede generar un problema en cuanto a la transformación del orden final de las ofertas, de modo que la mejor oferta ofrecida en $1/CNU$ no siempre es la mejor oferta en MWR. Entre las ofertas de RVI utilizadas para las estimaciones, un 37.3 % ve afectada su posición con el cambio de unidad de medida, por otro lado es solo un 0,25 % el cambio en el caso de la mejor oferta.

Se hacen estimaciones sobre la submuestra D utilizando como oferta el MWR, controlando por la tasa de interés y una variable que señala las ofertas externas. En la figura C.2 se pueden ver las densidades de las valuaciones condicionadas en una tasa de interés implícita de 3,24 %, separadas entre las que corresponden a una oferta inicial o externa, en el caso de las ofertas externas la densidad es mayor en las valoraciones más altas de la distribución. En la figura C.3 se observan las estrategias de equilibrio con 4 competidores, la cual indica que las ofertas externas son más agresivas para las valoraciones más altas.

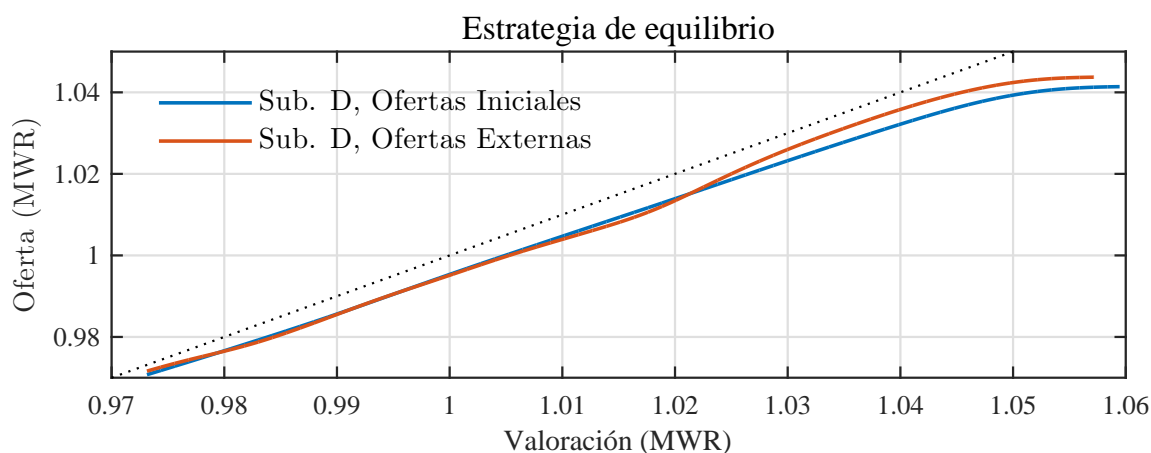


Figura C.3: Estrategias de equilibrio calculadas con 4 competidores y valoraciones estimadas (en Money Worth Ratio) para la submuestra D (hombres casados y 180 meses garantizados), ambas condicionales en una tasa de interés implícita de 3,24 %, una condicional en que es oferta inicial y la otra condicional en que es una oferta externa. Se muestra solo la parte de la función que no se ve afectada por *trimming*. Después de $MWR=1,03$ el *shading* es menor en las ofertas externas.

C.3. Independencia de las ofertas

Utilizando la metodología de Bajari y Ye (2003) se estima la oferta con una regresión lineal, la cual depende de si es una oferta externa, del estado civil, sexo, meses garantizados, saldo ahorrado y tasas de interés; se incluyen efectos fijos por empresa. Una vez realizada esta estimación, con los residuos se calcula la correlación entre cada par de empresas que participaron simultáneamente en una subasta. En el cuadro C.1 se muestran las correlaciones siendo todas cercanas a 1. A la regresión se le agrega un efecto fijo por subasta (Bajari y Ye, 2003), de modo que haciendo ese cambio las correlaciones resultantes son las que se muestran en el cuadro C.2; en el mismo se identifican las que son significativamente distintas de cero. Estas correlaciones en valor absoluto son mucho menores a los resultados del cuadro anterior. Para mostrar que las ofertas son independientes idealmente ninguna correlación debiera ser estadísticamente distinta de cero, pero en este caso todas las empresas resultan tener ofertas correlacionadas con al menos una empresa adicional. Dado

esto no se puede confirmar que las ofertas, y en efecto las valoraciones, son independientes entre sí.

C.4. Número de competidores en la estimación

El uso del número de los competidores en cada estimación se puede tratar de distintas formas. En el análisis general de las rentas vitalicias (estimaciones sección 4) se asume que el número de competidores que participan en una subasta es conocido ex-ante por las compañías de seguros, y en efecto se utiliza sólo en la primera etapa de estimación. En las figuras C.4 y C.5 se hacen modificaciones en el uso del número de competidores y se observa cuáles serían las diferencias en cada estimación.

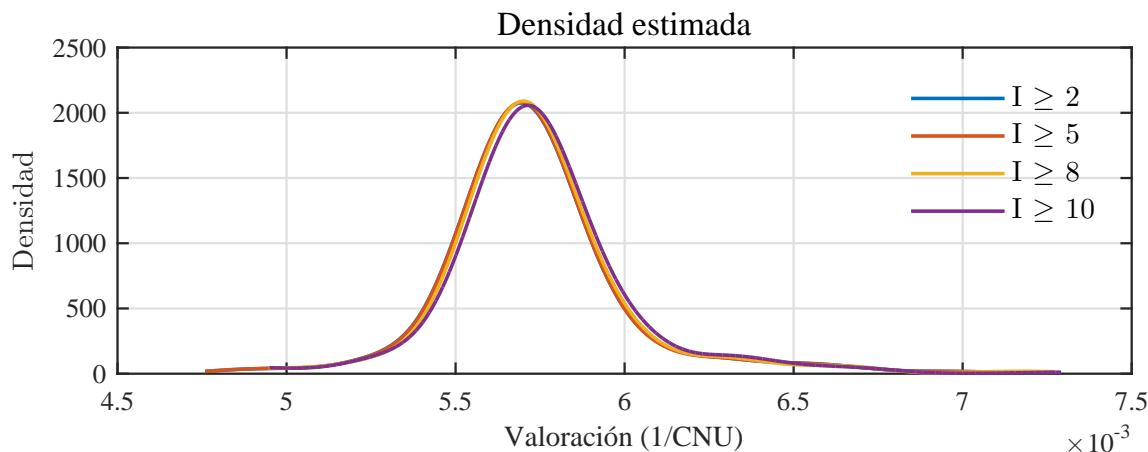


Figura C.4: Funciones de densidad estimadas para hombres solteros que pidieron productos de 120 meses garantizados. En cada una de las estimaciones se usa una muestra donde las subastas tienen el número de competidores indicado. Las funciones de densidad son estimadas con una tasa de interés implícita de 3.24%.

En la figura C.4 se observan los resultados de distintas estimaciones, todas para una submuestra de productos solicitados de RVI para hombres solteros y 120 meses garantizados. La diferencia entre cada estimación está en el número mínimo de competidores que hay en cada subasta, el cual va de los 2 a 10 competidores. El resultado sugiere que no hay una mayor diferencia cuando se limita la muestra para la estimación dejando fuera las subastas donde hubo menos de 10 competidores, dicho de otro modo, la estimación genera los mismos resultados cuando se utilizan los datos de subastas con $I \geq 2$ como con $I \geq 10$.

En la figura C.5 se muestran los resultados de distintas estimaciones cambiando el número de competidores en la estrategia de equilibrio. Las densidades en color rojo y amarillo usan el número de competidores en la primera y segunda etapa de estimación como si fuera un control de heterogeneidad igual que la tasa de interés, estas densidades están condicionadas en la mediana de la muestra $I = 11$. Estos escenarios suponen que todos los competidores hacen su estrategia pensando que participan 5 competidores en total (o 10), independiente de la realización efectiva de competidores que hubo en cada subasta. Estos resultados sugieren que el uso de una cantidad fija de competidores en la estrategia de equilibrio genera diferencias en la función de densidad estimada de las valoraciones, de todos modos es necesario revisar si los intervalos de confianza coinciden a lo largo de cada estimación para ver si son estadísticamente distintos (o aplicar el test de Kolmogorov-Smirnov). Finalmente la última densidad estimada (morado) deja de lado el uso de la variable del número de competidores, siendo el único control por heterogeneidad

la tasa de interés, el resultado es una estimación prácticamente idéntica a la estimación base.

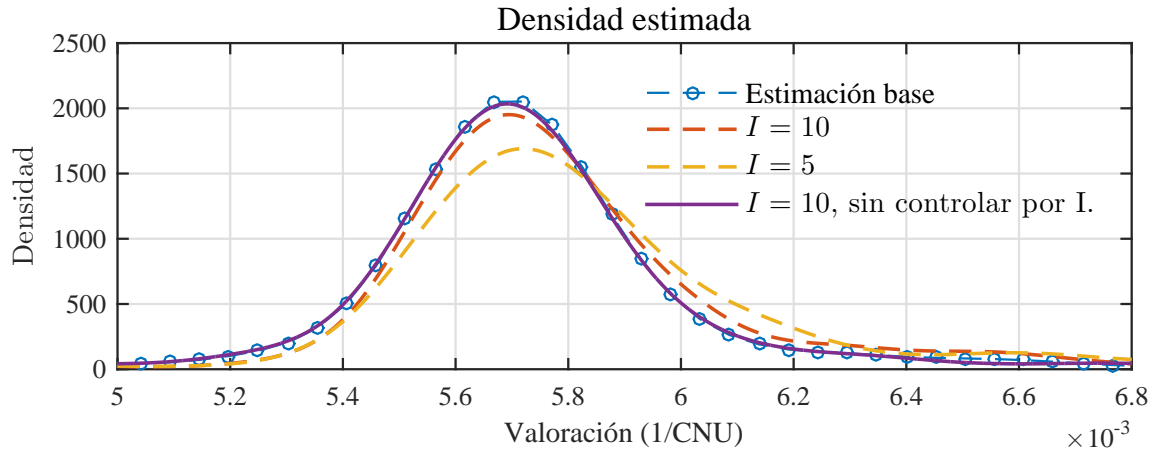


Figura C.5: Funciones de densidad estimadas para hombres solteros que pidieron productos de 120 meses garantizados (condicionales en una tasa de interés de 3.24%). Estimación base es el mismo tipo de estimación usada en los análisis de la sección 4 (controlando heterogeneidad con el número de competidores en la primera etapa y por la tasa de interés implícita en ambas etapas de estimación). $I = 10$ e $I = 5$ significa que se hace un cambio en la estrategia de equilibrio y el número de competidores para calcular las pseudo-valoraciones es constante e igual a I . Para las densidades roja y amarilla se incluye el número de competidores como control en la segunda etapa de estimación. Para la densidad color morada no se utiliza la variable del número de competidores en ninguna etapa de la estimación (sólo tasa de interés implícita).

C.5. Cambio en la valoración de RVI de mujeres casadas

En la estimación de la densidad de las valoraciones de mujeres casadas es posible que existan diferencias después del año 2008, ya que en esa fecha hay un cambio en la legislación que obliga un pago adicional al cónyuge en caso de fallecimiento. En la figura C.6 se muestran estimaciones usando datos en distintos períodos de tiempo, los cuatro resultados se ven distintos sugiriendo que probablemente hay un efecto temporal en la valoración de las pensiones, el cual no es controlado con las demás variables. Este efecto complica la identificación del efecto real que tiene el cambio de política en el año 2008 sobre las pensiones, de manera que no es claro si como resultado disminuyó la valoración o hubo un cambio en la varianza de la distribución.

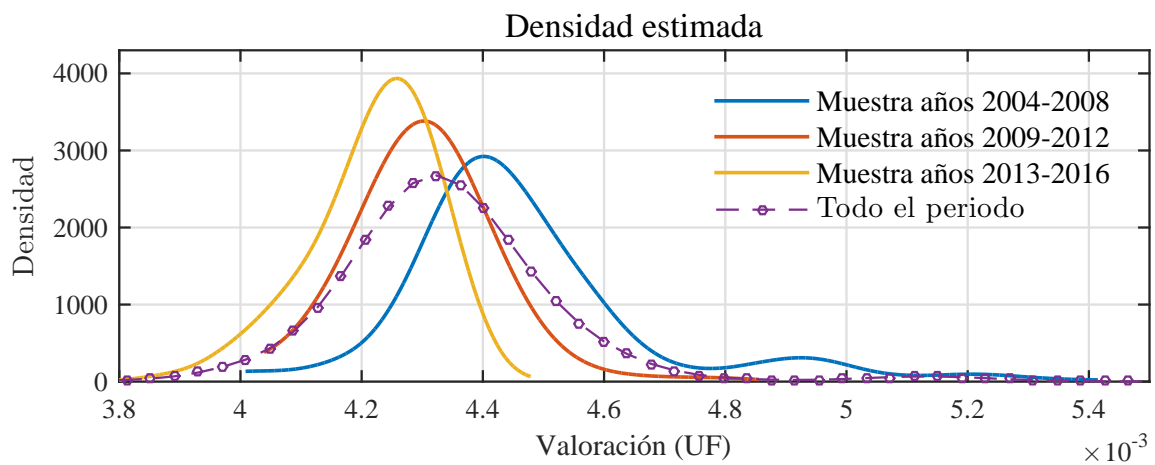


Figura C.6: Funciones de densidad estimadas para la submuestra C (mujeres casadas y productos de 180 meses garantizados). Cada estimación está limitada a un distinto período de tiempo, se muestran las funciones de densidad condicionales en una tasa de interés implícita de 3.24%.

Cuadro C.1: Coeficiente de correlación entre los pares de empresas. Para calcular el coeficiente se utiliza el residuo de la regresión. Todos los coeficientes en esta tabla son significativamente distintos de 0, considerando sólo las empresas que compiten simultáneamente mas de 15 veces. id E. es un identificador por empresa.

id E.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
1																							
2	0,97																						
3	0,97	0,94																					
4	-	0,79	0,85																				
5	0,97	0,92	0,93	0,84																			
6	0,94	0,90	0,90	0,86	0,92																		
7	0,96	0,94	0,93	0,80	0,92	0,90																	
8	0,96	0,98	0,93	-	0,95	0,90	0,94																
9	0,95	0,93	0,91	-	0,94	0,88	0,91	0,94															
10	0,94	0,92	-	-	0,93	0,95	0,94	0,90	0,92														
11	0,96	0,94	0,96	0,87	0,93	0,92	0,92	0,93	0,93	0,92													
12	-	0,86	0,86	0,76	0,85	0,83	0,87	-	-	0,94													
13	0,97	0,88	0,86	0,82	0,92	0,89	0,88	0,95	0,94	0,95	0,91	0,80											
14	0,95	0,91	0,79	0,69	0,89	0,84	0,91	0,92	0,91	0,90	0,91	0,84	0,87										
15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	-	0,95	0,94	-	0,80	0,92	0,99	-	-	-	-	0,92	0,76	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	0,96	0,94	0,93	0,85	0,92	0,90	0,94	0,95	0,95	0,91	0,91	0,83	0,89	0,89	-	0,94							
18	0,97	0,94	0,92	0,81	0,93	0,91	0,92	0,95	0,95	0,91	0,95	0,82	0,89	0,90	-	0,91	0,92						
19	0,98	0,92	0,90	0,77	0,90	0,91	0,90	0,95	0,94	-	0,96	0,80	0,88	0,87	-	0,91	0,89	0,91					
20	0,97	0,94	0,94	0,83	0,93	0,92	0,93	0,95	0,98	0,93	0,95	0,79	0,89	0,90	-	0,93	0,93	0,96	0,92				
21	0,96	0,91	0,90	0,78	0,91	0,88	0,90	0,94	0,92	0,90	0,95	0,75	0,88	0,89	-	0,83	0,89	0,92	0,91	0,93			
22	-	0,86	0,91	0,79	0,93	0,91	0,91	-	-	-	-	0,81	0,84	1,00	-	0,94	0,92	0,86	0,84	0,91	0,86		
23	-	0,83	0,81	-	0,56	0,76	0,77	-	-	-	-	0,66	0,64	-	-	0,87	0,81	0,79	0,71	0,74	0,69	0,75	

Cuadro C.2: Coeficiente de correlación en ofertas simultáneas. Correlación calculada con los residuos de la regresión que explica el valor de las ofertas. Con * las correlaciones que son con un 5 % de significancia distintas de cero. id E. es un identificador por empresa.

id E.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1																						
2	0,22*																					
3	0,35	0,21*																				
4	-	-0,43*	-0,21*																			
5	-0,16	-0,22*	-0,1	-																		
6	-0,25*	-0,41*	-0,26*	-0,05	0,04																	
7	-0,13	0,02	0,03	-0,17	-	-0,12*																
8	0,39*	0,73*	0,15	-	-0,3*	-0,44*	-0,31*															
9	-0,03	-0,1	-0,2	-	-0,12	-0,32*	-0,33*	-0,15														
10	-0,28*	-0,34*	-	-	-0,16	-	0,11	-0,16	-0,27													
11	-0,25*	-0,29*	0,06	-0,54*	-0,09	-	-0,22*	-0,23*	-0,08	0,4*												
12	-	-0,14	0,04	-0,07	-0,2	-0,01	0,08	-	-	-	0,04											
13	-0,1	-0,25*	-0,19*	-0,02	-0,02	0,11*	-0,23*	-0,18*	-0,12	0,38*	-0,02	-0,08										
14	-0,31*	-0,07	-0,09	-0,31	-0,11	-0,24*	0,08	-0,2*	-0,32*	-0,38*	-0,07	-0,45*	-0,17*									
15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	-	0,16	-0,03	-	-0,44	-0,43	0,87*	-	-	-	-	-	-0,25	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	0,18*	0,12*	0,05	-	-0,03	-0,2*	0,1*	0,06	0,01	-0,5*	-0,35*	-0,07	-0,15*	-0,17*	-	-0,03	-	-	-	-	-	-
18	0,08	-	-0,12*	-0,2*	0,08	-0,05	-0,23*	0,02	-0,05	-0,26*	-0,09*	0,14	-0,25*	-0,26*	-	-0,05	-0,12*	-	-	-	-	-
19	-0,06	-0,2*	-0,28*	0,02	-0,16*	0,05	-0,18*	-0,14	0,09	-	0,09	-0,04	0,11*	-0,33*	-	-0,22	-0,21*	-0,16*	-	-	-	-
20	0,04	-0,06	0,03	-0,31*	-0,03	-0,03	-0,23*	-0,21*	0,52*	-0,3*	-0,04	-0,27	-0,29*	-0,25*	-	-0,29	-0,13*	0,31*	-0,07	-	-	-
21	-0,38*	-0,1*	-0,16*	-0,16	-0,23*	-0,17*	-0,22*	-0,29*	-0,25*	0,26	0,11*	-0,23	0,09*	-0,16*	-	-0,37*	-0,2*	-0,06	0,1*	0,18*	-	-
22	-	-0,65*	-0,26	0,68	0,27	0,18	0,17	-	-	-	-	-0,27	-	-	-	-	0,26	-0,08	-0,29	0,44	-0,51*	-
23	-	0,15	0,1	-	-0,37	-0,15	-0,03	-	-	-	-	-1	-0,52*	-	-	0,15	-0,08	0,06	-0,63*	-0,36	-0,5*	-0,74

No mostrar independencia no significa que las ofertas provengan de una valoración común, como tampoco se descarta que la independencia pueda ser mostrada de otra forma.

D. Otros cuadros y figuras

Cuadro D.1: Estadística descriptiva de la muestra de 88.346 ofertas en 8.429 subastas.

	# Obs.	Media	Desv. Est.	Min.	Máx.
Oferta ganadora (1/CNU)	8.429	4,85E-03	5,16E-04	3,52E-03	7,06E-03
Oferta (1/CNU)	88.346	4,72E-03	4,92E-04	2,85E-03	7,06E-03
Dinero sobre la mesa	8.429	4,53E-05	5,11E-05	0	1,17E-03
# Competidores	8.429	10,48	2,86	2	15
Tasa de interés implícita (%)	8.429	3,21	0,39	2,25	4,00
Saldo Ahorrado (UF)	8.429	2.315	1.711	633	22.809
Meses Garantizados	8.429	133,58	73,70	0	240
Casados	8.429	0,68	0,47	0	1
Mujeres	8.429	0,40	0,49	0	1

Dinero sobre la mesa corresponde a 2° mejor oferta - 1° mejor oferta. Cuando es 0 las dos ofertas más altas tienen el mismo valor.

Cuadro D.2: Regresión lineal entre los potenciales controles de la estimación del modelo FPA.

	Oferta (1/CNU)		MWR	
Dummy Casado	-3,77E-04	(-198.23)	-1,47E-02	(-39.30)
Dummy Mujer	-7,44E-04	(-403.21)	2,56E-02	(70.81)
Meses garantizados	-1,42E-06	(-124.52)	4,65E-04	(208.40)
Clasificación de Riesgo	6,25E-06	(24.78)	1,23E-03	(28.29)
Dummy Of. Externa	1,14E-04	(45.86)	2,35E-02	(49.07)
Log(saldo)	-2,41E-05	(-13.81)	-5,11E-03	(-13.28)
# competidores	1,95E-05	(44.24)	3,43E-03	(37.23)
Tasa de interés implícita	3,64E-04	(114.54)	-5,32E-03	(-4.52)
Tendencia temporal	-2,82E-06	(-89.99)	-4,65E-05	(-2.24)
Constante	5,96E-03	(198.16)	9,98E-01	(58.87)
N	87.829		47.177	
R ²	0,756		0,589	

Las variables explicadas en los controles son: Oferta (1/CNU) para las primeras dos columnas y Money Worth Ratio (MWR) en la tercera y cuarta columna. t-statistic en paréntesis. En la regresión sobre las ofertas, aparte de los controles de estado civil, sexo y meses garantizados, la siguiente variables más significativa es la tasa de interés implícita. La regresión sobre el MWR está hecha solo con la muestra obtenida entre los años 2009 y 2014, que es el período correspondiente a las tablas de mortalidad oficiales usadas en el cálculo del MWR.

Cuadro D.3: Bandwidths utilizados.

Constantes	triweight	$\alpha = 2,97$
	gaussiano	$\alpha = 1,06$
1° Etapa	h_g	$\alpha\sigma n_1^{(-1/(2R+d+3))}$
	h_G	$\alpha\sigma n_1^{(-1/(2R+d+2))}$
2° Etapa	h_f	$\alpha\sigma n_2^{(-1/(2R+d+3))}$
	h_x	$\alpha\sigma n_2^{(-1/(2R+d+2))}$

Para cada bandwidth se elige una constante correspondiente al tipo de kernel utilizado, triweight para variables continuas y gaussiano para variables discretas. R corresponde a la diferenciabilidad de la función a estimar, es 1 para todas las estimaciones. d es la cantidad de vectores dimensionales (I, X) en la estimación. n_1 corresponde a las observaciones en la primera etapa y n_2 las observaciones en la segunda etapa, después del *trimming*. σ es la desviación estándar de la variable.

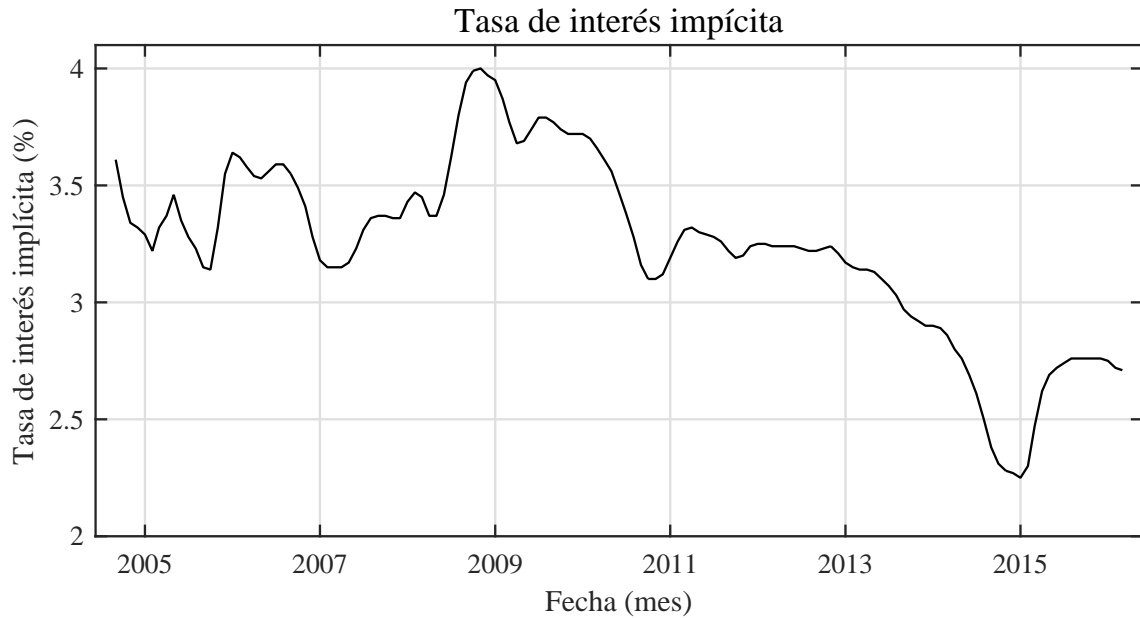


Figura D.1: Serie mensual de la tasa de interés implícita calculada por la Superintendencia de Pensiones.

Cuadro D.4: Participación de mercado de cada empresa.

id. Cía Seguros	Intermediario				Total
	AFP	Cía. Seguros	Agente de Ventas	Asesor	
1	2,6 %	2,0 %	0,3 %	2,2 %	1,9 %
2	17,7 %	19,1 %	9,2 %	3,8 %	9,7 %
3	6,3 %	13,3 %	7,8 %	9,4 %	8,1 %
4	0,2 %	0,0 %	0,1 %	0,9 %	0,5 %
5	3,6 %	3,1 %	0,4 %	5,9 %	4,0 %
6	4,2 %	7,1 %	4,8 %	1,2 %	3,0 %
7	5,6 %	3,4 %	2,4 %	1,3 %	3,0 %
8	2,0 %	0,3 %	0,4 %	1,4 %	1,4 %
9	2,3 %	3,5 %	0,5 %	4,0 %	2,7 %
10	0,1 %	0,0 %	0,2 %	0,9 %	0,5 %
11	1,9 %	0,3 %	6,6 %	7,1 %	5,1 %
12	0,1 %	0,0 %	0,0 %	0,4 %	0,2 %
13	4,4 %	1,5 %	5,7 %	19,3 %	11,4 %
14	14,9 %	11,6 %	11,9 %	2,9 %	8,8 %
15	0,1 %	0,8 %	0,2 %	0,5 %	0,3 %
16	0,1 %	1,4 %	0,0 %	0,1 %	0,1 %
17	12,5 %	13,9 %	16,7 %	3,1 %	9,0 %
18	8,1 %	5,8 %	10,7 %	8,3 %	8,6 %
19	4,5 %	3,0 %	1,2 %	9,0 %	5,9 %
20	6,3 %	5,9 %	19,8 %	9,5 %	10,4 %
21	2,4 %	1,8 %	1,0 %	7,8 %	4,6 %
22	0,1 %	0,9 %	0,0 %	0,4 %	0,2 %
23	0,4 %	1,4 %	0,1 %	0,6 %	0,4 %
Total	100,0 %	100,0 %	100,0 %	100,0 %	100,0 %

La participación de mercado es # pensiones aceptadas/# total pensiones. Estadísticas de una submuestra de ofertas de RVI, por Vejez, con más de 1 competidor, para hombres de 65 años y mujeres de 60 años, sin hijos y para productos de 0, 120, 180 y 240 meses garantizados. Desagregado por intermediario.

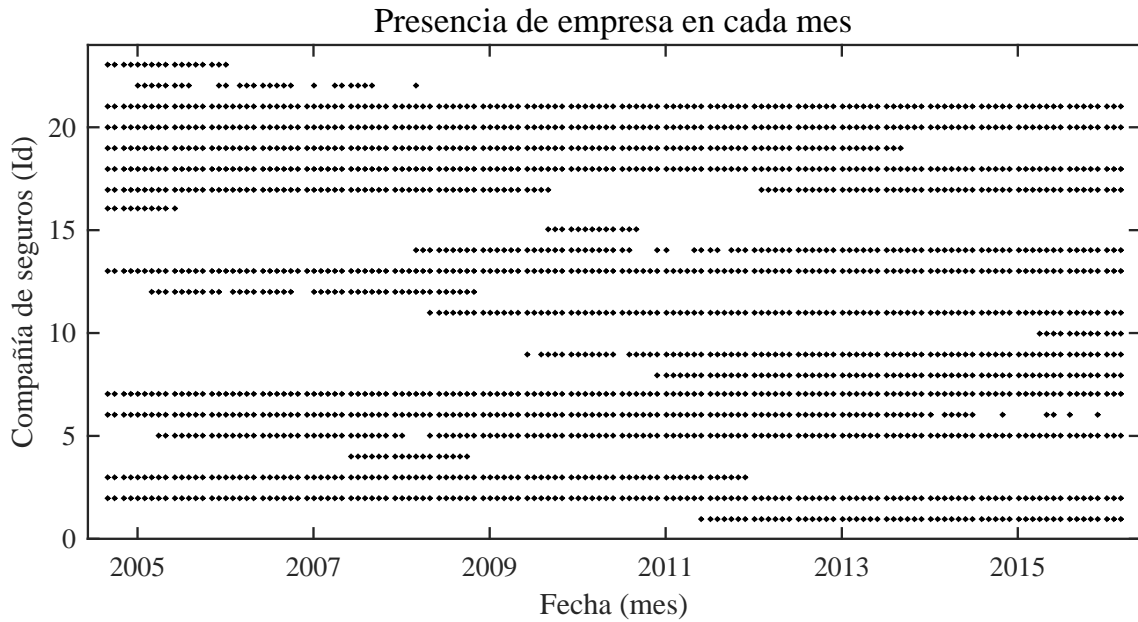


Figura D.2: Marcador indicando si la compañía de seguros realizó al menos una oferta (de cualquier tipo de RVI) en el mes, para todo el período de la muestra.

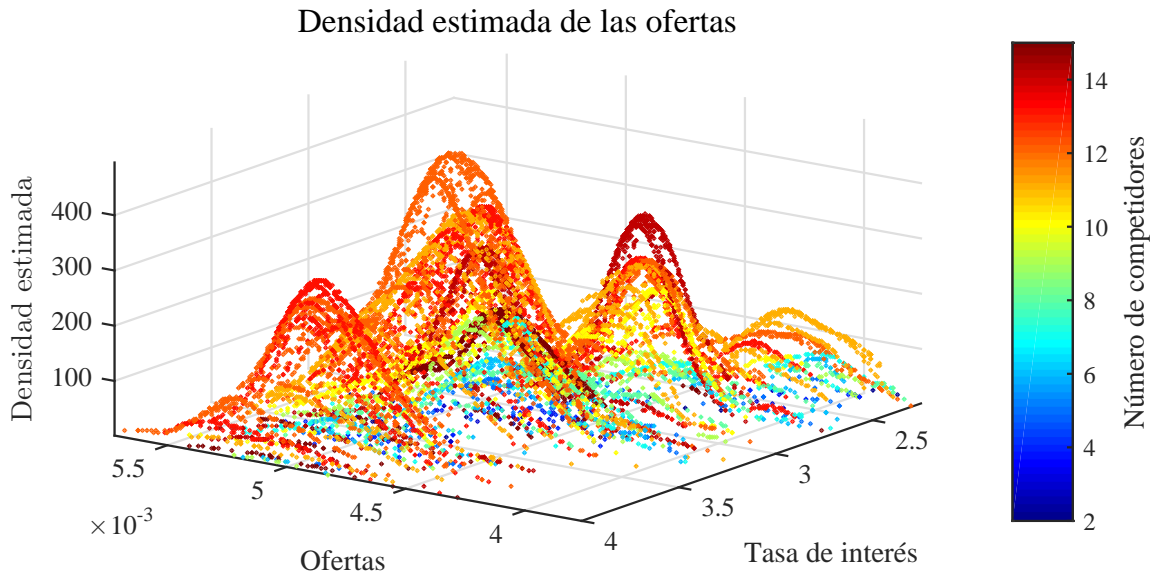


Figura D.3: Densidad de las ofertas estimadas sobre la submuestra D (hombres casados y 180 meses garantizados), con los estimadores kernel triweight para variables continuas (ofertas y tasa de interés) y con kernel gaussiano en el caso de variables discretas (número de competidores).

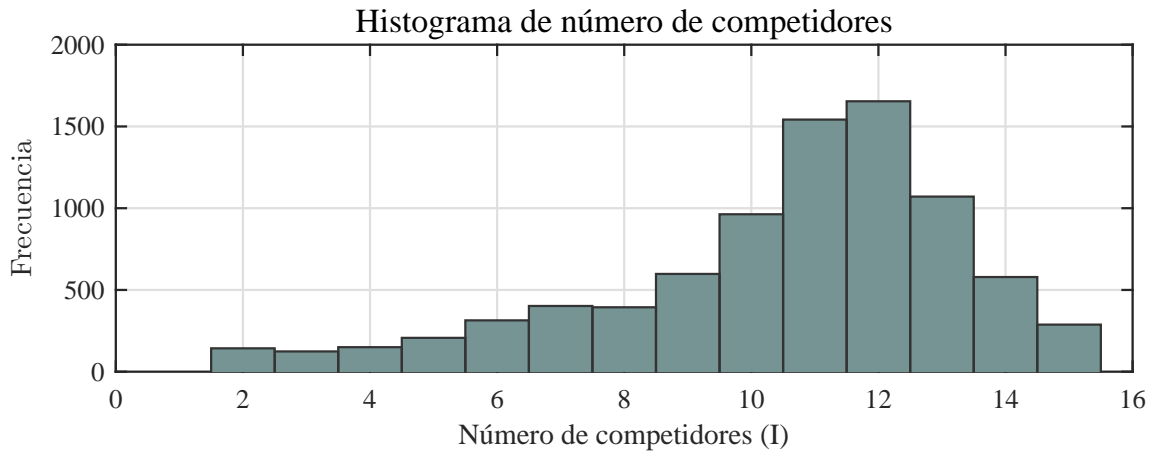


Figura D.4: Histograma de la frecuencia de competidores en cada subasta. Corresponde a los productos de RVI aceptados.

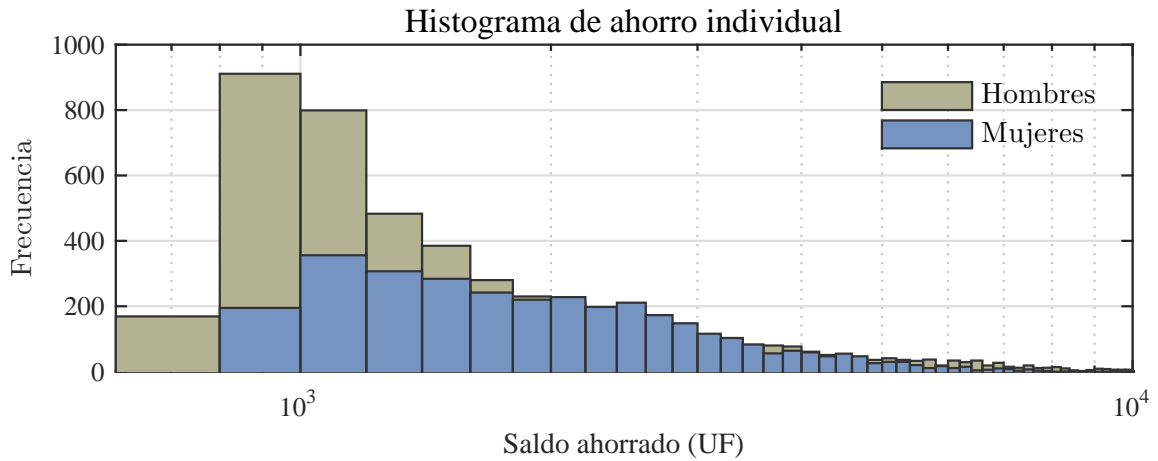


Figura D.5: Histograma del ahorro individual de los afiliados que aceptan RVI, separados entre hombres y mujeres. Eje horizontal en escala logarítmica.